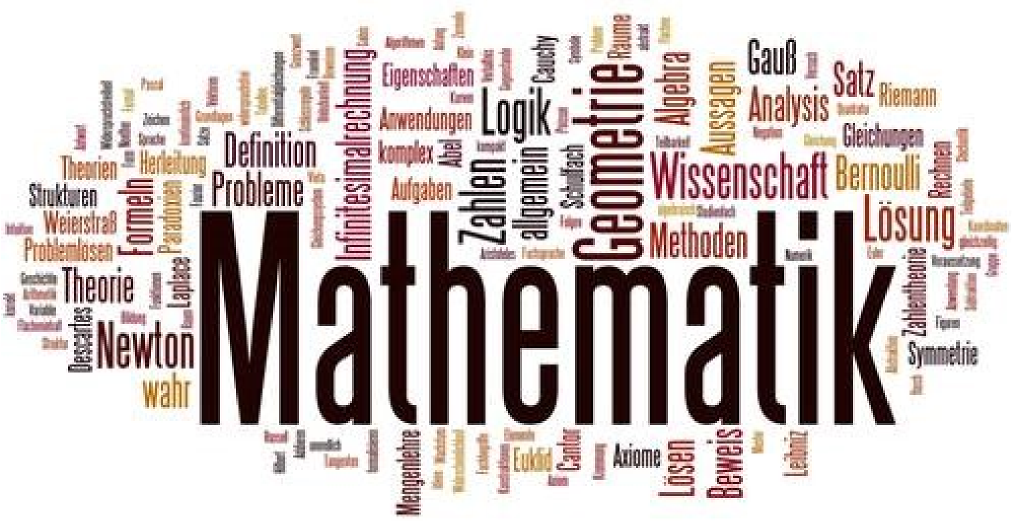
Vielfältig. Wie Du.

Schulinterner Lehrplan – Sek II



Städtische
Gesamtschule Kaarst-Büttgen

Hubertusstraße 22 - 24

41564 Kaarst

Tel.: 02131 – 20 27 512

Inhaltsverzeichnis

1 Rahmenbedingungen der fachlichen Arbeit 3

2 Die Fachgruppe Mathematik 4

3 Entscheidungen zum Unterricht

3.1 Unterrichtsvorhaben 5

3.1.1 Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben Einführungsphase 8

3.1.2 Konkretisierte Unterrichtsvorhaben Einführungsphase 9

3.1.3 Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben GK Qualifikationsphase 21

3.1.4 Konkretisierte Unterrichtsvorhaben GK Qualifikationsphase 24

3.1.5 Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben LK Qualifikationsphase 42

3.1.6 Konkretisierte Unterrichtsvorhaben LK Qualifikationsphase 46

3.2 Grundsätze der fachmethodischen und fachdidaktischen Arbeit 74

3.3 Grundsätze der Leistungsbewertung und Leistungsrückmeldung 76

3.4 Lehr- und Lernmittel 81

4 Entscheidungen zu fach- und unterrichtsübergreifenden Fragen 82

5 Qualitätssicherung und Evaluation 83

6 Inkrafttreten 84

1 Rahmenbedingungen der fachlichen Arbeit

Die Mathematik ist eine der ältesten Wissenschaften der Weltgeschichte und sie ist ausgesprochen vielfältig. Sie hilft den Menschen, ihre Alltagsprobleme besser zu verstehen und zu lösen und inspiriert die Forscher, in Wissenschaft und Industrie auftretende Probleme zu bearbeiten.
Die Schule soll Schüler*innen fördern und fordern und sie auf die Anforderungen des Lebens in der modernen Gesellschaft und des Arbeitslebens vorbereiten. Diese Aufgaben bestimmen nicht nur die allgemeinen Bildungs- und Lernziele der Schule, sondern auch die Ziele für das Fach Mathematik.
Ziel des Mathematikunterrichts ist es, Erscheinungen aus dem Alltag, der Gesellschaft, der Natur und der Kultur zu erkennen und mit Hilfe der Mathematik zu verstehen, sowie Gesetzmäßigkeiten und Verfahren nachzuvollziehen, anzuwenden oder am theoretischen Modell selbst zu entdecken.
Die Schüler*innen lernen in steigendem Maße Sachverhalte der modernen Lebenswelt in mathematische Darstellungen zu übertragen, zu analysieren und zu bewerten. Die erworbenen mathematischen Kompetenzen finden daher auch in anderen Fächern ihre Anwendung.
Freude an der Mathematik und Vertrauen in die eigene erfolgreiche Bewältigung mathematischer Aufgabenstellungen zu stiften, ist ebenso Aufgabe des Mathematikunterrichts wie die Förderung der Kreativität, von Argumentations- und Mathematisierungsfähigkeit.
Mathematik ist eine für viele Disziplinen unverzichtbare Grundlagenwissenschaft.

Dabei lernen unsere Schüler*innen anhand mathematischer Inhalte typische Arbeitsweisen kennen, die auch fächerübergreifend von großer Bedeutung sind:

- Zusammenhänge erkennen, reflektieren, begründen und beweisen;
- Problemstellungen analysieren und sachgerecht beschreiben;
- Lösungsmethoden flexibel auswählen, übertragen, anwenden und entwickeln;
- Ergebnisse beurteilen, dokumentieren und präsentieren.

Dazu sind die Inhalte und methodischen Fähigkeiten bzw. Kompetenzen, die im Fach Mathematik vermittelt werden sollen, durch das schulinterne Curriculum festgelegt. Dieses richtet sich nach den Vorgaben des Landes mit den KMK–Bildungsstandards und den einheitlichen Anforderungen für die Zentralen Prüfungen und ist auf die Bedürfnisse unserer Schüler*innen zugeschnitten:

- es fordert systematisches Wiederholen und Vernetzen sowie die Stärkung des Anwendungsbezugs;
- es betont die große Bedeutung des mathematischen Grundwissens;
- es gliedert sich in die vier Themenstränge Zahlen, Funktionen, Geometrie und Stochastik.

Im Rahmen der individuellen Förderung werden Programme und eine Vielzahl von Wettbewerben (z. B. Känguru-Wettbewerb, Mathematik-Olympiade, Mathe im Advent oder der Online-Mathematikwettbewerb) angeboten, die sich für Schüler*innen mit erhöhtem Förderbedarf ebenso eignen wie für besonders begabte Schüler*innen.

2 Die Fachgruppe Mathematik

Die Städt. Gesamtschule Kaarst-Büttgen ist die einzige Gesamtschule der Stadt Kaarst und liegt im Stadtteil Büttgen unweit der Grenze zur Stadt Korschenbroich.
Die Gesamtschule Kaarst-Büttgen ist in der Sekundarstufe I durchgängig fünfzügig. Sie ist eine gebundene Ganztagsschule mit 45-Minuten-Rhythmus und Unterricht an den Langtagen bis 15.55 Uhr.
In der Gymnasialen Oberstufe lernen ca. 240 Schüler*innen. Neben ca. 80 eigenen Schüler*innen wechseln in die Einführungsphase der Sekundarstufe II regelmäßig etwa 15 externe Schüler*innen von den benachbarten Realschulen in unsere gymnasiale Oberstufe.
In der Regel werden in der Einführungsphase vier parallele Grundkurse eingerichtet, aus denen sich für die Q-Phase ein Leistungs- und drei Grundkurse entwickeln. Der Unterricht findet im 45-Minuten-Takt statt, die Kursblockung sieht grundsätzlich für Grundkurse eine, für Leistungskurse zwei Doppelstunden vor. Der Unterrichtstag sollte nicht länger als bis 16.45 Uhr gehen.
Den im Schulprogramm ausgewiesenen Zielen, die Schüler*innen ihren Begabungen und Neigungen entsprechend individuell zu fördern und ihnen Orientierung für ihren weiteren Lebensweg zu bieten, fühlt sich die Fachgruppe Mathematik in besonderer Weise verpflichtet.
Durch ein fachliches begleitendes Förderprogramm, das in den Vertiefungskursen der Oberstufe und in dem Projekt „Schüler helfen Schülern“ unter Einbeziehung von Schüler*innen als Tutoren umgesetzt wird, begleitet durch regelmäßige Gespräche mit den Lehrkräften und dort getroffene Lernvereinbarungen, werden Schüler*innen mit Lernschwierigkeiten intensiv unterstützt.
Schon in der 5. und 6. Klasse wird eine 5. parallele Fachunterrichtsstunde dazu genutzt, gemeinsam zu üben und Schüler*innen individuell zu fördern bzw. zu fordern.
Schüler*innen aller Klassen- und Jahrgangsstufen werden zur Teilnahme an den vielfältigen Wettbewerben im Fach Mathematik angehalten und, wo erforderlich, begleitet. Schüler*innen aller Klassen- und Jahrgangsstufen nehmen alljährlich am Känguru-Wettbewerb und ähnlichen Wettbewerben teil.
In der Sekundarstufe II kann verlässlich darauf aufgebaut werden, dass die Verwendung von Kontexten im Mathematikunterricht bekannt ist.
In der Sekundarstufe I wird ein wissenschaftlicher Taschenrechner ab Klasse 7 verwendet, dynamische Geometrie-Software und Tabellenkalkulation werden an geeigneten Stellen im Unterricht genutzt, der Umgang mit ihnen eingeübt. Dazu besitzen alle Schüler*innen ein eigenes digitales Endgerät. Zusätzlich stehen in der Schule zwei PC-Unterrichtsräume und das Selbstlernzentrum zur Verfügung. In der Sekundarstufe II kann deshalb davon ausgegangen werden, dass die Schüler*innen mit den grundlegenden Möglichkeiten dieser digitalen Werkzeuge vertraut sind.
Die Fachkonferenz Mathematik hat beschlossen, dass als grafikfähiger Taschenrechner mit CAS der Casio fx-CP400 (Classpad II) ab der Einführungsphase eingesetzt wird.

3 Entscheidungen zum Unterricht

3.1 Unterrichtsvorhaben

*Die Darstellung der Unterrichtsvorhaben im schulinternen Lehrplan hat den Anspruch, sämtliche im Kernlehrplan angeführten Kompetenzen abzudecken. Dies entspricht der Verpflichtung einer jeden Lehrkraft, Schüler*innen Lerngelegenheiten zu ermöglichen, so dass alle Kompetenzerwartungen des Kernlehrplans von ihnen erfüllt werden können.*

Die entsprechende Umsetzung erfolgt auf zwei Ebenen: der Übersichts- und der Konkretisierungsebene.

Im „Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben“ (Kapitel 3.1.1) wird die Verteilung der Unterrichtsvorhaben dargestellt. Sie ist laut Beschluss der Fachkonferenz verbindlich für die Unterrichtsvorhaben I, II, III und IV der Einführungsphase und für die Unterrichtsphasen der Qualifikationsphase. Die zeitliche Abfolge der Unterrichtsvorhaben IV bis VIII der Einführungsphase ist jeweils auf die Vorgaben zur Vergleichsklausur abzustimmen und in der Reihenfolge variabel.
Das Übersichtsraster dient dazu, den Kolleginnen und Kollegen einen schnellen Überblick über die Zuordnung der Unterrichtsvorhaben zu den einzelnen Jahrgangsstufen sowie den im Kernlehrplan genannten Kompetenzen, Inhaltsfeldern und inhaltlichen Schwerpunkten zu verschaffen. Um Klarheit für die Lehrkräfte herzustellen und die Übersichtlichkeit zu gewährleisten, werden in der Kategorie „Kompetenzen“ an dieser Stelle nur die übergeordneten Kompetenzerwartungen ausgewiesen, während die konkretisierten Kompetenzerwartungen erst auf der Ebene konkretisierter Unterrichtsvorhaben Berücksichtigung finden. Der ausgewiesene Zeitbedarf versteht sich als grobe Orientierungsgröße, die nach Bedarf über- oder unterschritten werden kann. Um Spielraum für Vertiefungen, individuelle Förderung, besondere Schülerinteressen oder aktuelle Themen zu erhalten, wurden im Rahmen dieses schulinternen Lehrplans nur ca. 75 Prozent der zu erwartenden Bruttounterrichtszeit verplant.
Während der Fachkonferenzbeschluss zum „Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben“ zur Gewährleistung vergleichbarer Standards sowie zur Absicherung von Kurswechslern und Lehrkraftwechseln für alle Mitglieder der Fachkonferenz bindend ist, besitzt die Ausweisung „konkretisierter Unterrichtsvorhaben“ (Kapitel 3.1.2) empfehlenden Charakter.
Referendar*innen sowie neuen Kolleg*innen dienen diese vor allem zur standardbezogenen Orientierung in der neuen Schule, aber auch zur Verdeutlichung von unterrichtsbezogenen fachgruppeninternen Absprachen zu didaktisch und methodischen Zugängen, fächerübergreifenden Kooperationen, Lernmitteln und -orten sowie vorgesehenen Leistungsüberprüfungen, die im Einzelnen auch den Kapiteln 3.2 bis 3.4 zu entnehmen sind.
Begründete Abweichungen von den vorgeschlagenen Vorgehensweisen bezüglich der konkretisierten Unterrichtsvorhaben sind im Rahmen der pädagogischen Freiheit der Lehrkräfte jederzeit möglich. Sicherzustellen bleibt allerdings auch hier, dass im Rahmen der Umsetzung der Unterrichtsvorhaben insgesamt alle prozess- und inhaltsbezogenen Kompetenzen des Kernlehrplans Berücksichtigung finden. Dies ist durch entsprechende Kommunikation innerhalb der Fachkonferenz zu gewährleisten.

Übersicht über die Unterrichtsvorhaben

Grundkurse

E-Phase		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
I	E-A1	15
II	E-A2	12
III	E-A3	12
IV	E-A4	12
V	E-S1	9
VI	E-S2	9
VII	E-G1	6
VIII	E-G2	9
	Summe:	**84**

Q1 Grundkurse		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
I	Q-GK-A1	15
II	Q-GK-A2	18
III	Q-GK-A3	15
IV	Q-GK-G1	9
V	Q-GK-G2	21
VI	Q-GK-G3	9
	Summe:	**87**

Q2 Grundkurse		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
VIII	Q-GK-A4	12
IX	Q-GK-A5	12
X	Q-GK-S1	9
XI	Q-GK-S2	15
XII	Q-GK-S3	9
	Summe:	**57**

Leistungskurse

Q1 Leistungskurse		
Unterrichtsvorhaben	**Thema**	**Stundenzahl**
I	Q-LK-A1	25
II	Q-LK-A2	25
III	Q-LK-A3	20
IV	Q-LK-A4	15
V	Q-LK-G1	10
VI	Q-LK-G2	10
VII	Q-LK-G3	15
VIII	Q-LK-G4	15
IX	Q-LK-S1	10
X	Q-LK-S2	15
	Summe:	**160**

Q2 Leistungskurse		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
XI	Q-LK-A5	20
XII	Q-LK-A6	15
XIII	Q-LK-G5	20
XIV	Q-LK-G6	10
XV	Q-LK-S3	15
XVI	Q-LK-S4	10
XVII	Q-LK-S5	10
	Summe:	**100**

3.1.1 Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben Einführungsphase

Einführungsphase	
Unterrichtsvorhaben I: **Thema**: *Beschreibung der Eigenschaften von Funktionen und deren Nutzung im Kontext (E-A1)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld**: Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Wiederholung der Potenz- und Wurzelgesetze • Grundlegende Eigenschaften von Potenz-, Exponential- und Sinus-funktionen **Zeitbedarf**: 15 Std.	*Unterrichtsvorhaben II:* **Thema**: *Von der durchschnittlichen zur momentanen Änderungsrate (E-A2)* **Zentrale Kompetenzen:** • Argumentieren • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld**: Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • h-Methode • Grundverständnis des Ableitungsbegriffs **Zeitbedarf**: 12 Std.
Unterrichtsvorhaben III: **Thema:** *Von den Potenzfunktionen zu den ganzrationalen Funktionen (E-A3)* **Zentrale Kompetenzen:** • Problemlösen • Argumentieren • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Differentialrechnung ganzrationaler Funktionen **Zeitbedarf:** 12 Std.	*Unterrichtsvorhaben IV:* **Thema**: *Entwicklung und Anwendung von Kriterien und Verfahren zur Untersuchung von Funktionen (E-A4)* **Zentrale Kompetenzen:** • Problemlösen • Argumentieren **Inhaltsfeld**: Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Vorzeichenwechselkriterium • Ableitungsfunktion **Zeitbedarf**: 12 Std.

Einführungsphase Fortsetzung	
Unterrichtsvorhaben V: **Thema:** *Den Zufall im Griff – Modellierung von Zufallsprozessen (E-S1)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Mehrstufige Zufallsexperimente **Zeitbedarf:** 9 Std.	*Unterrichtsvorhaben VI:* **Thema**: *Testergebnisse richtig interpretieren – Umgang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten (E-S2)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Kommunizieren **Inhaltsfeld**: Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Bedingte Wahrscheinlichkeiten **Zeitbedarf:** 9 Std.
Unterrichtsvorhaben VII: **Thema**: *Unterwegs in 3D – Koordinatisierungen des Raumes (E-G1)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Kommunizieren **Inhaltsfeld**: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Koordinatisierungen des Raumes **Zeitbedarf**: 6 Std.	*Unterrichtsvorhaben VIII:* **Thema**: *Vektoren bringen Bewegung in den Raum (E-G2)* **Zentrale Kompetenzen:** • Problemlösen **Inhaltsfeld**: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Vektorbegriffe • Vektoroperationen und Vektorlänge **Zeitbedarf**: 9 Std.
	Summe Einführungsphase: 84 Stunden (ca. 30 Wochen)

3.1.2 Konkretisierte Unterrichtsvorhaben Einführungsphase

Hinweis: Themen, Inhaltsfelder, inhaltliche Schwerpunkte und Kompetenzen hat die Fachkonferenz der Städt. Gesamtschule Kaarst-Büttgen verbindlich vereinbart.
In allen anderen Bereichen sind Abweichungen von den vorgeschlagenen Vorgehensweisen bei der Konkretisierung der Unterrichtsvorhaben möglich. Darüber hinaus enthält dieser schulinterne Lehrplan in den Kapiteln 3.2 bis 3.4 übergreifende sowie z. T. auch jahrgangsbezogene Absprachen zur fachmethodischen und fachdidaktischen Arbeit, zur Leistungsbewertung und zur Leistungsrückmeldung. Je nach internem Steuerungsbedarf können solche Absprachen auch vorhabenbezogen vorgenommen werden.

Einführungsphase Funktionen und Analysis (A)

Thema: *Beschreibung der Eigenschaften von Funktionen und deren Nutzung im Kontext (E-A1)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schüler*innen* • beschreiben die Eigenschaften von Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten sowie quadratischen und kubischen Wurzelfunktionen • beschreiben Wachstumsprozesse mithilfe linearer Funktionen und Exponentialfunktionen • wenden einfache Transformationen (Streckung, Verschiebung) auf Funktionen (Sinusfunktion, quadratische Funktionen, Potenz- und Exponentialfunktionen) an und deuten die zugehörigen Parameter **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** ***Modellieren*** *Die Schüler*innen* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schüler*innen* • nutzen Tabellenkalkulation, Funktionenplotter und den CAS-Rechner zum … Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle … zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen	Algebraische Rechentechniken werden grundsätzlich parallel vermittelt und diagnosegestützt geübt (solange in diesem Unterrichtsvorhaben erforderlich in einer von drei Wochenstunden, ergänzt durch differenzierende, individuelle Zusatzangebote aus Aufgabensammlungen). Dem erhöhten Angleichungs- und Förderbedarf von Stufen- und Schulformwechslern muss durch gezielte individuelle Angebote Rechnung getragen. Hilfreich kann es sein, dabei die Kompetenzen der Mitschülerinnen und Mitschüler (z. B. durch Kurzvorträge, Eigeninitiative und Nutzung von Vertiefungskursangeboten) zu nutzen. Ein besonderes Augenmerk muss von diesem Unterrichtsvorhaben auf die Einführung in die elementaren Bedienkompetenzen des CAS verwendet werden. Dazu finden sich im Kooperationstool Hinweise und Anwendungen. Als Kontext für die Beschäftigung mit Wachstumsprozessen können zunächst Ansparmodelle (insbesondere lineare und exponentielle) betrachtet. Für kontinuierliche Prozesse und den Übergang zu Exponentialfunktionen werden verschiedene Kontexte (z. B. Bakterienwachstum, Abkühlung) untersucht. Anknüpfend an die Erfahrungen aus der SI werden dann quadratische Funktionen (Scheitelpunktform) und Parabeln unter dem Transformationsaspekt betrachtet. Systematisches Erkunden mithilfe des CAS eröffnet den Zugang zu den Potenzfunktionen.

Thema: *Von der durchschnittlichen zur momentanen Änderungsrate (E-A2)*

<table>
<tr><th>Zu entwickelnde Kompetenzen</th><th>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</th></tr>
<tr><td>
Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Schüler*innen

berechnen durchschnittliche und momentane Änderungsraten und interpretieren sie im Kontext
erläutern qualitativ auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs an Beispielen den Übergang von der durchschnittlichen zur momentanen Änderungsrate
deuten die Tangente als Grenzlage einer Folge von Sekanten
deuten die Ableitung an einer Stelle als momentane Änderungsrate/ Tangentensteigung
beschreiben und interpretieren Änderungsraten funktional (Ableitungsfunktion)
leiten Funktionen graphisch ab
begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte und Wendepunkte) mit Hilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):
Argumentieren (Vermuten)
Die Schüler*innen

stellen Vermutungen auf
unterstützen Vermutungen beispielgebunden
präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur

Werkzeuge nutzen
Die Schüler*innen

verwenden den CAS-Rechner zum:

</td><td>
Für den Einstieg zu durchschnittlichen Änderungsraten in unterschiedlichen Sachzusammenhängen wird ein Stationenlernen z. B. zu den Bewegungen, Zu- und Abflüsse, Höhenprofil, Temperaturmessung, Aktienkurse, Entwicklung regenerativer Energien, Sonntagsfrage, Wirk- oder Schadstoffkonzentration, Wachstum, Kosten- und Ertragsentwicklung empfohlen.
Der Begriff der momentanen Änderungsrate wird im Sinne eines spiralförmigen Curriculums immer wieder modellhaft und erkennend bei verschiedenen Problemen angewendet.
Als Kontext für den Übergang von der durchschnittlichen zur momentanen Änderungsrate kann die vermeintliche Diskrepanz zwischen der Durchschnittsgeschwindigkeit bei einer längeren Fahrt und der durch ein Messgerät ermittelten Momentangeschwindigkeit genutzt werden.
Neben zeitabhängigen Vorgängen sollte der geometrische (von der Sekante zur Tangente) und der algebraische Kontext (h-Methode) betrachtet werden.
Im Zusammenhang mit dem Ableitungsgraphen und dem Begründen der Eigenschaften eines Funktionsgraphen sollen die Schüler*innen in besonderer Weise zum Vermuten, Begründen und Präzisieren ihrer Aussagen angehalten werden. Hier ist auch der Ort, den Begriff des Extrempunktes (lokal vs. global) zu präzisieren und dabei auch Sonderfälle, wie eine konstante Funktion, zu betrachten.
</td></tr>
</table>

… Darstellen von Funktionen grafisch, als Wertetabelle und zum grafischen Messen von Steigungen … Erkunden, Recherchieren, Berechnen und Darstellen	

Thema: *Von den Potenzfunktionen zu den ganzrationalen Funktionen (E-A3)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schüler*innen* • erläutern qualitativ auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs an Beispielen den Übergang von der durchschnittlichen zur momentanen Änderungsrate • beschreiben und interpretieren Änderungsraten funktional (Ableitungsfunktion) • leiten Funktionen graphisch ab • begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mit Hilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen • nutzen die Ableitungsregel für Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten (Potenzregel) • wenden die Summen- und Faktorregel auf ganzrationale Funktionen an **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** ***Problemlösen*** *Die Schüler*innen* • analysieren und strukturieren die Problemsituation *(Erkunden)* • erkennen Muster und Beziehungen *(Erkunden)* • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus *(Lösen)* ***Argumentieren*** *Die Schüler*innen* • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur *(Vermuten)* • nutzen Mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische	Ganzrationale Funktionen vom Grad 3 werden Gegenstand einer qualitativen Erkundung mit dem CAS, wobei Parameter gezielt variiert werden. Ein Kontext in diesem Unterrichtsvorhaben kann die Weg-Zeit-Funktion bei Fall-, Wurf- und anderen gleichförmig beschleunigten Bewegungen sein. Dabei werden die Symmetrie zum Ursprung und das Globalverhalten untersucht. Die Vorteile einer Darstellung mithilfe von Linearfaktoren und die Bedeutung der Vielfachheit einer Nullstelle werden hier thematisiert. Durch gleichzeitiges Visualisieren der Ableitungsfunktion erklären Lernende die Eigenschaften von ganzrationalen Funktionen 3. Grades durch die Eigenschaften der ihnen vertrauten Quadratischen Funktionen. Mithilfe der Polynomdivision und der Zerlegung in Linearfaktoren wird die Bedeutung der Vielfalt von Nullstellen thematisiert.

Argumente für Begründungen *(Begründen)* • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können *(Beurteilen)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schüler*innen* • verwenden den CAS-Rechner zum: … Lösen von Gleichungen und dem zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen	

Thema: Entwicklung und Anwendung von Kriterien und Verfahren zur Untersuchung von Funktionen (E-A4)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schüler*innen* • leiten Funktionen graphisch ab • nennen die Kosinusfunktion als Ableitung der Sinusfunktion • begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrem- punkte) mit Hilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen • nutzen die Ableitungsregel für Potenzfunktionen mit natürlichem Exponenten • wenden die Summen- und Faktorregel auf ganzrationale Funktionen an • lösen Polynomgleichungen, die sich durch einfaches Ausklammern oder Substituieren auf lineare und quadratische Gleichungen zurück- führen lassen, ohne digitale Hilfsmittel • verwenden das notwendige Kriterium und das Vorzeichenwechsel-kriterium zur Bestimmung von Extrempunkten • unterscheiden lokale und globale Extrema im Definitionsbereich • Bestimmung von Tangenten- und Normalengleichung • verwenden am Graphen oder Term einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Lösen von inner- und außer-mathematischen Problemen **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** ***Problemlösen*** *Die Schüler*innen* • erkennen Muster und Beziehungen *(Erkunden)* und nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (hier: Zurückführen auf	Ein kurzes Wiederaufgreifen des graphischen Ableitens am Beispiel der Sinusfunktion führt zur Entdeckung, dass die Kosinusfunktion deren Ableitung ist. Für ganzrationale Funktionen werden die Zusammenhänge zwischen den Extrempunkten der Ausgangsfunktion und ihrer Ableitung durch die Betrachtung von Monotonieintervallen und der vier möglichen Vorzeichenwechsel an den Nullstellen der Ableitung untersucht. Die Schüler*innen üben damit, vorstellungsbezogen zu argumentieren. Die Untersuchungen auf Symmetrien und Globalverhalten werden wieder aufgegriffen. Bezüglich der Lösung von Gleichungen im Zusammenhang mit der Nullstellenbestimmung wird durch geeignete Aufgaben Gelegenheit zum Üben von Lösungsverfahren (Zerlegung in Linearfaktoren, p-q-Formel, Ausklammern und Substitution) ohne Verwendung des CAS gegeben. Der Unterschied zwischen notwendigen und hinreichenden Kriterien wird vertieft. Neben der Anwendung des Vorzeichenwechselkriteriums, werden die Schüler*innen auch mit Situationen konfrontiert, in denen sie mit den Eigenschaften des Graphen oder Terms argumentieren. Beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen werden Tangentengleichungen bestimmt.

Bekanntes) *(Lösen)* • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus *(Lösen)* ***Argumentieren*** *Die Schüler*innen* • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur *(Vermuten)* • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen *(Begründen)* • berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige / hinreichende Bedingung, Folgerungen) *(Begründen)* • erkennen fehlerhafte Argumentationsketten und korrigieren sie *(Beurteilen)*	

Einführungsphase Stochastik (S)

Thema: *Den Zufall im Griff – Modellierung von Zufallsprozessen (E-S1)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schüler*innen* • deuten Alltagssituationen als Zufallsexperimente • simulieren Zufallsexperimente • verwenden Urnenmodelle zur Beschreibung von Zufallsprozessen • stellen Wahrscheinlichkeitsverteilungen auf und führen Erwartungswertbetrachtungen durch • können kombinatorische Probleme erkennen und mit Hilfe der entsprechenden Formeln lösen • beschreiben mehrstufige Zufallsexperimente und ermitteln Wahrscheinlichkeiten mithilfe der Pfad- und Summenregel **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** ***Modellieren*** *Die Schüler*innen* • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor *(Strukturieren)* • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schüler*innen* • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum Generieren von Zufallszahlen, zum Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen, zum Erstellen der Histogramme von Wahrscheinlichkeitsverteilungen und zum Berechnen der Kennzahlen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Erwartungswert)	Eine Beschränkung auf Beispiele aus dem Bereich Glücksspiele ist zu vermeiden. Einen geeigneten Kontext bietet die Methode der Zufallsantworten bei Umfragen. Zur Modellierung von Wirklichkeit werden durchgängig Simulationen – unter Verwendung von digitalen Werkzeugen (CAS, Tabellenkalkulation) – geplant und durchgeführt (Zufallsgenerator). Das Urnenmodell wird verwendet, um grundlegende Zählprinzipien wie das Ziehen mit/ohne Zurücklegen mit/ohne Berücksichtigung der Reihenfolge zu thematisieren. In weiteren anwendungsorientierten Aufgaben sollen die Zählprinzipien vertieft werden. Die zentralen Begriffe Wahrscheinlichkeitsverteilung und Erwartungswert werden u. a. im Kontext von Zufallsereignissen (Urne, Kartenziehen, Münzwurf) erarbeitet und durch eine zunehmende Komplexität der Spielsituationen vertieft. Digitale Werkzeuge werden zur Visualisierung von Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Histogramme) und zur Entlastung von händischem Rechnen verwendet.

Thema: *Testergebnisse richtig interpretieren – Umgang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten (E-S2)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schüler*innen* • modellieren Sachverhalte mit Hilfe von Baumdiagrammen und Vier- oder Mehrfeldertafeln • bestimmen bedingte Wahrscheinlichkeiten • prüfen Teilvorgänge mehrstufiger Zufallsexperimente auf stochastische Unabhängigkeit • bearbeiten Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten. **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** ***Modellieren*** *Die Schüler*innen* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)* ***Kommunizieren*** *Die Schüler*innen* • erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen Texten *(Rezipieren)* • wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen *(Produzieren)*	Als Einstiegskontext zur Erarbeitung des fachlichen Inhaltes dient ein Testverfahren, welches die Wirksamkeit eines Medikamentes untersucht. Um die Übertragbarkeit des Verfahrens zu sichern, sollen insgesamt mindestens zwei Beispiele aus unterschiedlichen Kontexten betrachtet werden. Zur Förderung des Verständnisses der Wahrscheinlichkeitsaussagen werden parallel dazu Darstellungen mit absoluten Häufigkeiten verwendet. Die Schüler*innen sollen zwischen verschiedenen Darstellungsformen (Baumdiagramm, Vierfelder) wechseln können und diese zur Berechnung bedingter Wahrscheinlichkeiten beim Vertauschen von Merkmal und Bedingung und zum Rückschluss auf unbekannte Astwahrscheinlichkeiten nutzen können. Bei der Erfassung stochastischer Zusammenhänge ist die Unterscheidung von Wahrscheinlichkeiten des Typs $P(A \cap B)$ von bedingten Wahrscheinlichkeiten – auch sprachlich – von besonderer Bedeutung. Dies mündet in der Anwendung des Satzes von Bayes.

Einführungsphase Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Thema: *Unterwegs in 3D – Koordinatisierungen des Raumes (E-G1)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schüler*innen* • wählen ein geeignetes kartesische Koordinatensystem für die Bearbeitung eines geometrischen Sachverhalts in der Ebene und im Raum • stellen geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem dar **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** ***Modellieren*** *Die Schüler*innen* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* ***Kommunizieren (Produzieren)*** *Die Schüler*innen* • wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus • wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen	Das dreidimensionale Koordinatensystem wird in verschiedenen Bezeichnungsmöglichkeiten für die Achsen eingeführt. An geeigneten, nicht zu komplexen geometrischen Modellen (z. B. „unvollständigen" Holzquadern) lernen die Schüler*innen zwischen (verschiedenen) Schrägbildern einerseits und der Kombination aus Grund-, Auf- und Seitenriss andererseits zu wechseln, um ihr räumliches Vorstellungsvermögen zu entwickeln und entsprechende Zeichnungen anzufertigen (Schrägbilder). Mithilfe von Geogebra werden unterschiedliche Möglichkeiten ein Schrägbild zu zeichnen untersucht und hinsichtlich ihrer Wirkung beurteilt.

Thema: *Vektoren bringen Bewegung in den Raum (E-G2)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schüler*innen* • deuten Vektoren (Pfeile) als Verschiebungen und kennzeichnen Punkte im Raum durch Ortsvektoren • stellen gerichtete Größen (z. B. Geschwindigkeit, Kraft) durch Vektoren dar • berechnen Längen von Vektoren und Abstände zwischen Punkten mithilfe des Satzes des Pythagoras • addieren Vektoren, multiplizieren Vektoren mit einem Skalar und untersuchen Vektoren auf Kollinearität • weisen Eigenschaften von besonderen Dreiecken und Vierecken mithilfe von Vektoren nach **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** ***Problemlösen*** *Die Schüler*innen* • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege *(Lösen)* • setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein *(Lösen)* • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus *(Lösen)*	Ein Kontext zur Visualisierung von Bewegungen im Raum stellt die Seilkamera (Spidercam) dar. Kräfte und ihre Addition werden in Anlehnung an die Kenntnisse aus dem Physikunterricht der SI als Beispiel für vektorielle Größen genutzt. Durch Operieren mit Verschiebungspfeilen werden einfache geometrische Problemstellungen gelöst: Beschreibung von Diagonalen (insbesondere zur Charakterisierung von Viereckstypen), Auffinden von Mittelpunkten (ggf. auch Schwerpunkten), Untersuchung auf Parallelität.

3.1.3 Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben GK Qualifikationsphase

Qualifikationsphase (Q1) – GRUNDKURS	
Unterrichtsvorhaben Q1-I: **Thema**: *Optimierungsprobleme (Q-GK-A1)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Problemlösen • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld**: Funktionen und Analysis (A) **Inhaltliche Schwerpunkte**: • Wiederholung der Differenzialrechnung aus der EF • Bedeutung der 2. und weiterer Ableitungen • Produkt- und Kettenregel • Funktionen als mathematische Modelle – Extremwertprobleme • Einführung der e-Funktion **Zeitbedarf**: 15 Std.	*Unterrichtsvorhaben Q1-II:* **Thema**: *Funktionen beschreiben Formen – Modellieren von Sachsituationen mit Funktionen (Q-GK-A2)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfelder**: Funktionen und Analysis (A) Lineare Algebra (G) **Inhaltliche Schwerpunkte**: • Ganzrationale Funktionen bestimmen • Gleichungssysteme mit Gauß-Verfahren lösen • Funktionen mit Parameter **Zeitbedarf**: 18 Std.
Unterrichtsvorhaben Q1-III **Thema:** *Von der Änderungsrate zum Bestand (Q-GK-A3)* **Zentrale Kompetenzen:** • Kommunizieren **Inhaltsfeld:** Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Grundverständnis des Integralbegriffs • Graphisches Differenzieren und Integrieren • Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung **Zeitbedarf**: 15 Std.	*Unterrichtsvorhaben Q1-IV:* **Thema:** *Beschreibung von Bewegungen und Schattenwurf mit Geraden (Q-GK-G1)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Wiederholung Vektoren • Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte **Zeitbedarf:** 9 Std.

<table>
<tr><th colspan="2">Qualifikationsphase (Q1) – GRUNDKURS (Fortsetzung)</th></tr>
<tr>
<td>Unterrichtsvorhaben Q1-V:

Thema:
Lineare Algebra als Schlüssel zur Lösung von geometrischen Problemen (Q-GK-G2)

Zentrale Kompetenzen:
• Argumentieren
• Problemlösen
• Werkzeuge nutzen

Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltliche Schwerpunkte:
• Lagebeziehungen und Abstände
• Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Ebenen)
• Lineare Gleichungssysteme

Zeitbedarf: 21 Std.</td>
<td>Unterrichtsvorhaben Q1-VI:

Thema:
Räume vermessen – das Skalarprodukt und seine ersten Anwendungen (Q-GK-G3)

Zentrale Kompetenzen:
• Problemlösen
• Werkzeuge nutzen

Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Skalarprodukt
• Orthogonalität

Zeitbedarf: 9 Std.</td>
</tr>
<tr><td colspan="2">Summe Qualifikationsphase (Q1) – GRUNDKURS: 87 Stunden (ca. 29 Wochen)</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="2">Qualifikationsphase (Q2) – GRUNDKURS</th></tr>
<tr><td><u>Unterrichtsvorhaben Q2-VIII:</u>

Thema:
Natürliche Exponential- und Logarithmusfunktionen (Q-GK-A4)

Zentrale Kompetenzen:
• Problemlösen
• Werkzeuge nutzen

Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Fortführung der Differentialrechnung
• Wachstumsprozesse

Zeitbedarf: 12 Std.</td><td><u>Unterrichtsvorhaben Q2-IX:</u>

Thema: Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen (Q-GK-A5)

Zentrale Kompetenzen:
• Modellieren

Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)

Inhaltliche Schwerpunkte:
• Fortführung der Differentialrechnung
• Integralrechnung

Zeitbedarf: 12 Std.</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td><u>Unterrichtsvorhaben Q1-X:</u>

Thema:
Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q-GK-S1)

Zentrale Kompetenzen:
• Modellieren

Inhaltsfeld: Stochastik (S)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Kenngrößen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen

Zeitbedarf: 9 Std.</td><td><u>Unterrichtsvorhaben Q1-XI:</u>

Thema:
Treffer oder nicht? – Bernoulli-Experimente und Binomialverteilungen (Q-GK-S2)

Zentrale Kompetenzen:
• Argumentieren
• Modellieren
• Problemlösen
• Werkzeuge nutzen

Inhaltsfeld: Stochastik (S)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Bernoulli-Experiment und Binomialverteilung
• Untersuchung charakteristischer Größen von Binomialverteilungen

Zeitbedarf: 15 Std.</td></tr>
</table>

Qualifikationsphase (Q2) – GRUNDKURS Fortsetzung	
<u>*Unterrichtsvorhaben Q2-XII:*</u> **Thema:** *Von Übergängen und Prozessen* *(Q-GK-S3)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Argumentieren • Problemlösen **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) und lineare Algebra (G) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Stochastische Prozesse • Matrizenrechnung **Zeitbedarf:** 9 Std.	
Summe Qualifikationsphase (Q2) – GRUNDKURS: 57 Stunden (19 Wochen)	

3.1.4 Konkretisierte Unterrichtsvorhaben GK Qualifikationsphase

Hinweis: Themen, Inhaltsfelder, inhaltliche Schwerpunkte und Kompetenzen hat die Fachkonferenz der Städt. Gesamtschule Kaarst-Büttgen verbindlich vereinbart.
In allen anderen Bereichen sind Abweichungen von den vorgeschlagenen Vorgehensweisen bei der Konkretisierung der Unterrichtsvorhaben möglich. Darüber hinaus enthält dieser schulinterne Lehrplan in den Kapiteln 3.2 bis 3.4 übergreifende sowie z. T. auch jahrgangsbezogene Absprachen zur fachmethodischen und fachdidaktischen Arbeit, zur Leistungsbewertung und zur Leistungsrückmeldung. Je nach internem Steuerungsbedarf können solche Absprachen auch vorhabenbezogen vorgenommen werden.

Q-Phase 1 Grundkurs Funktionen und Analysis (A)

Thema: *Optimierungsprobleme (Q-GK-A1)*

<table>
<tr><th>Zu entwickelnde Kompetenzen</th><th>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</th></tr>
<tr><td>
Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Schüler*innen

führen Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese
verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten

Prozessbezogene Kompetenzen:
Modellieren
Die Schüler*innen

treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor. (Strukturieren)
übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren)
erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)
beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren)
beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (Validieren)

Problemlösen
Die Schüler*innen

finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation (Erkunden)
wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle) aus, um die Situation zu erfassen (Erkunden)
nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Verallgemeinern) (Lösen)

</td><td>
Leitfrage: „Woher kommen die Funktionsgleichungen?“
Das selbstständige Aufstellen der Funktionsgleichungen fördert Problemlösestrategien. An Problemen, die mindestens auf quadratische Zielfunktionen führen, sollten auch unterschiedliche Lösungswege aufgezeigt und verglichen werden. Hier bietet es sich außerdem an, Lösungsverfahren <u>auch ohne</u> digitale Hilfsmittel einzuüben.
Auch die Notwendigkeit, Randextrema zu betrachten (z. B. verschiedene Varianten des „Tiergeheges“) soll thematisiert werden. Ein Verpackungsproblem (Dose oder Milchtüte) wird unter dem Aspekt der Modellvalidierung/Modellkritik untersucht.
Stellen extremaler Steigung eines Funktionsgraphen werden im Rahmen geeigneter Kontexte (z. B. Neuverschuldung und Schulden oder Besucherströme in einen Freizeitpark) thematisiert und dabei der zweiten Ableitung eine anschauliche Bedeutung als Zu- und Abnahmerate der Änderungsrate der Funktion verliehen. Die Bestimmung der extremalen Steigung erfolgt zunächst über das Vorzeichenwechselkriterium (an den Nullstellen der zweiten Ableitung).
</td></tr>
</table>

• setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein *(Lösen)* • berücksichtigen einschränkende Bedingungen *(Lösen)* • führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus *(Lösen)* • vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschiede und Gemeinsamkeiten *(Reflektieren)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schüler*innen* • verwenden den CAS-Rechner zum: … Darstellen von Funktionsgraphen und der Ableitungsfunktion … Berechnen der Ableitung … Darstellen von Tangenten	

Thema: *Funktionen beschreiben Formen - Modellieren von Sachsituationen mit ganzrationalen Funktionen (Q-GK-A2)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schüler*innen* • bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben („Steckbriefaufgaben“) • beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mit Hilfe der 2. Ableitung • verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten • beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme • wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schüler*innen* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor *(Strukturieren)* • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)* • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung *(Validieren)*	**Leitfrage: „Woher kommen die Funktionsgleichungen?“** In einem geeigneten Kontext (z. B. Fotos von Brücken, Gebäuden, Flugbahnen) werden die Parameter der Scheitelpunktform einer quadratischen Funktion angepasst. Anschließend werden aus gegebenen Punkten Gleichungssysteme für die Parameter der Normalform aufgestellt. Die Beschreibung von Links- und Rechtskurven über die Zu- und Abnahme der Steigung führt zu einer geometrischen Deutung der zweiten Ableitung einer Funktion als „Krümmung“ des Graphen und zur Betrachtung von Wendepunkten. Als Kontext hierzu können z. B. Trassierungsprobleme gewählt werden. Die simultane Betrachtung beider Ableitungen führt zur Entdeckung eines weiteren hinreichenden Kriteriums für Extrempunkte. Anhand einer Funktion mit Sattelpunkt wird die Grenze dieses hinreichenden Kriteriums entdeckt. Vor- und Nachteile der beiden hinreichenden Kriterien werden abschließend von den Lernenden kritisch bewertet. Designobjekte oder architektonische Formen können zum Anlass genommen werden, die Funktionsklassen zur Modellierung auf ganzrationale Funktionen 3. oder 4. Grades zu erweitern und über gegebene Punkte, Symmetrieüberlegungen und Bedingungen an die Ableitung Gleichungen zur Bestimmung der Parameter aufzustellen. Schüler*innen erhalten Gelegenheit, über Grundannahmen der Modellierung (Grad der Funktion, Symmetrie, Lage im Koordinatensystem, Ausschnitt) selbst zu entscheiden, deren Angemessenheit zu reflektieren und ggf. Veränderungen vorzunehmen.

• verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung *(Validieren)* • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen *(Validieren)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schüler*innen* • verwenden den CAS-Rechner zum … Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen … zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen • nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden, Berechnen und Darstellen von Funktionsscharen	

Thema: *Von der Änderungsrate zum Bestand (Q-GK-A3)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schüler*innen* • interpretieren Produktsummen im Kontext als Rekonstruktion des • Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe • deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext • skizzieren zu einer gegebenen Randfunktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Kommunizieren*** *Die Schüler*innen* • erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus • mathematikhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen *(Rezipieren)* • formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege *(Produzieren)* • wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus *(Produzieren)* • wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen *(Produzieren)* • dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar *(Produzieren)* • erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie *(Produzieren)*	Das Thema ist komplementär zur Einführung der Änderungsraten. Deshalb sollten hier Kontexte, die schon dort genutzt wurden, wieder aufgegriffen werden (Geschwindigkeit – Weg, Zuflussrate von Wasser – Wassermenge). Der Einstieg kann über ein Stationenlernen oder eine arbeitsteilige Gruppen-arbeit erfolgen, in der sich die Schüler*innen selbstständig eine Breite an Kontexten, in denen von einer Änderungsrate auf den Bestand geschlossen wird, erarbeiten. Außer der Schachtelung durch Ober- und Untersummen sollen die Schüler*innen eigenständig weitere unterschiedliche Strategien zur möglichst genauen näherungsweisen Berechnung des Bestands entwickeln und vergleichen. Die entstehenden Produktsummen werden als Bilanz über orientierte Flächeninhalte interpretiert. Qualitativ können die Schüler*innen so den Graphen einer Flächeninhaltsfunktion als „Bilanzgraphen“ zu einem vorgegebenen Randfunktions-graphen skizzieren. Falls die Schüler*innen entdecken, welche Auswirkungen dieser Umkehrprozess auf die Funktionsgleichung der „Bilanzfunktion“ hat, kann dies zur Überleitung in das folgende Unterrichtsvorhaben genutzt werden. Schülervorträge über bestimmte Kontexte sind hier wünschenswert.

Q-Phase 1 Grundkurs Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Thema: *Beschreibung von Bewegungen und Schattenwurf mit Geraden (Q-GK-G1)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schüler*innen* • stellen Geraden und Strecken in Parameterform dar • interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schüler*innen* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor *(Strukturieren)* • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung *(Validieren)* • verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung *(Validieren)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schüler*innen* • verwenden den CAS-Rechner und Geogebra zum … grafischen Darstellen von Ortsvektoren, Vektorsummen und Geraden … Darstellen von Objekten im Raum	Lineare Bewegungen werden z. B. im Kontext von Flugbahnen) durch Startpunkt, Zeitparameter und Geschwindigkeitsvektor beschrieben und dynamisch mit CAS dargestellt. Dabei sollten Modellierungsfragen (reale Geschwindigkeiten, Größe der Flugobjekte, Flugebenen) einbezogen werden. Ergänzend zum dynamischen Zugang wird die rein geometrische Frage aufgeworfen, wie eine Gerade durch zwei Punkte zu beschreiben ist. Hierbei wird herausgearbeitet, dass zwischen unterschiedlichen Parametrisierungen einer Geraden gewechselt werden kann. Punktproben sowie die Berechnung von Schnittpunkten mit den Grundebenen sollen auch hilfsmittelfrei durchgeführt werden. Die Darstellung in räumlichen Koordinatensystemen sollte hinreichend geübt werden. Auf dieser Grundlage können z. B. Schattenwürfe von Gebäuden in Parallel- und Zentralprojektion auf eine der Grundebenen berechnet und zeichnerisch dargestellt werden. Der Einsatz der CAS bietet hier die zusätzliche Möglichkeit, dass der Ort der Strahlenquelle variiert werden kann. Inhaltlich schließt die Behandlung von Schrägbildern an das Thema E-G1 an.

Thema: *Lineare Algebra als Schlüssel zur Lösung von geometrischen Problemen (Q-GK-G2)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schüler*innen* • untersuchen Lagebeziehungen zwischen zwei Geraden • stellen Ebenen in Parameterform dar • untersuchen Lagebeziehungen zwischen Geraden und Ebenen • berechnen Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext • stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar • beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme • interpretieren die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Argumentieren*** *Die Schüler*innen* • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur *(Vermuten)* • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen *(Begründen)* • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können *(*Beurteilen) **Problemlösen** *Die Schüler*innen* • wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen *(Erkunden)* • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege *(Lösen)* • wählen Werkzeuge aus, die den Lösungsweg unterstützen *(Lösen)* • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien	Der Fokus der Untersuchung von Lagebeziehungen liegt auf dem logischen Aspekt einer vollständigen Klassifizierung sowie einer präzisen Begriffsbildung (z. B. Trennung der Begriffe „parallel“, „echt parallel“, „identisch“). In diesem Teil des Unterrichtsvorhabens sollen nicht nur logische Strukturen reflektiert, sondern auch Unterrichtsformen gewählt werden, bei denen Kommunikationsprozesse im Team unter Verwendung der Fachsprache angeregt werden. Als Kontext kann dazu die Modellierung von Flugbahnen (Kondensstreifen) aus Q-GK-G1 wieder aufgegriffen werden. Dabei wird evtl. die Frage des Abstandes zwischen Flugobjekten relevant. Als Einstiegskontext für die Parametrisierung einer Ebene kann eine Dachkonstruktion mit Sparren und Querlatten dienen. Diese bildet ein schiefwinkliges Koordinatensystem in der Ebene. Damit wird die Idee der Koordinatisierung aus dem Thema E-G2 wieder aufgegriffen. In diesem Unterrichtsvorhaben werden Problemlösekompetenzen erworben, indem sich heuristische Strategien bewusst gemacht werden (eine planerische Skizze anfertigen, die gegebenen geometrischen Objekte abstrakt beschreiben, geometrische Hilfsobjekte einführen, bekannte Verfahren zielgerichtet einsetzen und in komplexeren Abläufen kombinieren und unterschiedliche Lösungswege kriteriengestützt vergleichen). Punktproben sowie die Berechnung von Spurgeraden in den Grundebenen und von Schnittpunkten mit den Koordinatenachsen führen zunächst noch zu einfachen Gleichungssystemen die Matrix – Vektor - Schreibweise und das Gauß – Verfahren sind einzubeziehen. Die Achsenabschnitte erlauben eine Darstellung in einem räumlichen Koordinatensystem. Die Lösungsmengen werden mit dem CAS bestimmt, zentrale Werkzeugkompetenz in diesem Unterrichtsvorhaben ist die Interpretation des angezeigten Lösungsvektors bzw. der reduzierten Matrix. Die Vernetzung der geometrischen Vorstellung (Lagebeziehung) und der algebraischen Formalisierung sollte stets deutlich werden.

verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten) *(Lösen)* • führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus *(Lösen)* • vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschiede und Gemeinsamkeiten *(Reflektieren)* • beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz *(Reflektieren)* • analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern *(Reflektieren)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schüler*innen* • verwenden den CAS-Rechner zum … Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen	

Thema: *Räume vermessen – mit dem Skalarprodukt Polygone und Polyeder untersuchen (Q-GK-G3)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schüler*innen* • deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es • untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung) **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Problemlösen*** *Die Schüler*innen* • erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme *(Erkunden)* • analysieren und strukturieren die Problemsituation *(Erkunden)* • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege *(Lösen)* • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten) *(Lösen)* • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus *(Lösen)* • beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz *(Reflektieren)*	Das Skalarprodukt wird zunächst als Indikator für Orthogonalität aus einer Anwendung des Satzes von Pythagoras entwickelt. Durch eine Zerlegung in parallele und orthogonale Komponenten wird der geometrische Aspekt der Projektion betont. Dies wird zur Einführung des Winkels über den Kosinus genutzt (alternativ zu einer Herleitung aus dem Kosinussatz). Eine weitere Bedeutung des Skalarproduktes kann mit den gleichen Überlegungen am Beispiel der physikalischen Arbeit erschlossen werden. Bei hinreichend zur Verfügung stehender Zeit kann in Anwendungskontexten (z. B. Vorbeiflug eines Flugzeugs an einem Hindernis unter Einhaltung eines Sicherheitsabstandes, vgl. Q-GK-G2) entdeckt werden, wie der Abstand eines Punktes von einer Geraden u. a. als Streckenlänge über die Bestimmung eines Lotfußpunktes ermittelt werden kann. Bei dieser Problemstellung sollten unterschiedliche Lösungswege zugelassen und verglichen werden. Tetraeder, Pyramiden, Würfel, Prismen und Oktaeder bieten vielfältige Anlässe für (im Sinne des Problemlösens offen angelegte) exemplarische geometrische Untersuchungen und können auf reale Objekte (z. B. Gebäude) bezogen werden. Dabei kann z. B. der Nachweis von Dreieck- bzw. Vierecktypen (anknüpfend an das Thema E-G2) wieder aufgenommen werden. Wo möglich, werden auch elementargeometrische Lösungswege als Alternative aufgezeigt.

Q-Phase 2 Grundkurs Funktionen und Analysis (A)

<table>
<tr><td colspan="2">Thema: Natürliche Exponential- und Logarithmusfunktionen (Q-GK-A4)</td></tr>
<tr><td>Zu entwickelnde Kompetenzen</td><td>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</td></tr>
<tr><td>Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Schüler*innen
• beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen und die
• besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion
• untersuchen Wachstums- und Zerfallsvorgänge mithilfe funktionaler Ansätze
• interpretieren Parameter von Funktionen im Anwendungszusammenhang
• bilden die Ableitungen weiterer natürlicher Exponentialfunktionen

Prozessbezogene Kompetenzen:
Problemlösen
Die Schüler*innen
• erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (Erkunden)
• entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (Lösen)
• nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme) (Lösen)
• führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (Lösen)
• variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung (Reflektieren).

Werkzeuge nutzen
Die Schüler*innen
• Verwenden den CAS-Rechner zum
… zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen
… grafischen Messen von Steigungen</td><td>Es werden die Eigenschaften einer allgemeinen Exponentialfunktion ($f(x) = a^x$) zusammengestellt. Der CAS unterstützt dabei die Klärung der Bedeutung der verschiedenen Parameter und die Veränderungen durch Transformationen.
Die Frage nach der Ableitung an einer Stelle führt zu einer vertiefenden Betrachtung des Übergangs von der durchschnittlichen zur momentanen Änderungsrate (Sekantenmethode, Differenzenquotient).
Umgekehrt suchen die Schüler*innen zu einem gegebenen Ableitungswert die zugehörige Stelle.
Dazu könnten sie eine Wertetabelle des Differenzenquotienten aufstellen, die sie immer weiter verfeinern oder in der Grafik ihres CAS experimentieren, indem sie Tangenten an verschiedenen Stellen an die Funktion legen. Mit diesem Ansatz kann in einem DGS auch der Graph der Ableitungsfunktion als Ortskurve gewonnen werden.
Abschließend wird noch die Basis variiert. Dabei ergibt sich quasi automatisch die Frage, für welche Basis Funktion und Ableitungsfunktion übereinstimmen ($f(x) = e^x$).</td></tr>
</table>

• entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus • nutzen den CAS-Rechner zum Erkunden, Recherchieren, Berechnen und Darstellen	

Thema: *Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen (Q-GK-A5)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schüler*innen* • untersuchen Wachstums- und Zerfallsvorgänge mithilfe funktionaler Ansätze • interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext • bilden die Ableitungen von Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten • bilden in einfachen Fällen zusammengesetzte Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) • wenden die Kettenregel auf Verknüpfungen der natürlichen Exponentialfunktion mit linearen Funktionen an • wenden die Produktregel auf Verknüpfungen von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen an • bestimmen Integrale mithilfe von gegebenen Stammfunktionen und numerisch, auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge • ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schüler*innen* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • ordnen einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zu *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)*	Im Zusammenhang mit der Modellierung von Wachstumsprozessen durch natürliche Exponentialfunktionen mit linearen Exponenten wird die Kettenregel eingeführt, um auch (hilfsmittelfrei) Ableitungen für die entsprechenden Funktionsterme bilden zu können. Aufgaben zur Modellierung von Summenfunktion sind vorgesehen (z. B. Kettenlinie). An mindestens einem Beispiel sollte auch ein beschränktes Wachstum untersucht werden. An Beispielen von Prozessen, bei denen das Wachstum erst zu- und dann wieder abnimmt (Medikamente, Fieber, Pflanzen), wird eine Modellierung durch Produkte von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen erarbeitet. In diesem Zusammenhang wird die Produktregel zum Ableiten eingeführt. In diesen Kontexten ergeben sich ebenfalls Fragen, die erfordern, dass aus der Wachstumsgeschwindigkeit auf den Gesamteffekt geschlossen wird. Parameter werden nur in konkreten Kontexten und nur exemplarisch variiert. Dabei werden z. B. zahlenmäßige Änderungen des Funktionsterms bezüglich ihrer Auswirkung untersucht und im Hinblick auf den Kontext interpretiert.

• beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung *(Validieren)* • verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung *(Validieren)* • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen *(Validieren)*	

Q-Phase 2 Grundkurs Stochastik (S)

Thema: *Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q-GK-S1)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schüler*innen* • untersuchen Lage- und Streumaße von Stichproben • erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen • bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schüler*innen* • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor *(Strukturieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)*	Anhand verschiedener Glücksspiele wird zunächst der Begriff der Zufallsgröße und der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung (als Zuordnung von Wahrscheinlichkeiten zu den möglichen Werten, die die Zufallsgröße annimmt) zur Beschreibung von Zufallsexperimenten eingeführt. Analog zur Betrachtung des Mittelwertes bei empirischen Häufigkeits-verteilungen wird der Erwartungswert einer Zufallsgröße definiert. Das Grundverständnis von Streumaßen wird durch Rückgriff auf die Erfahrungen der Schüler*innen mit Boxplots in der Sekundarstufe I reaktiviert. Über eingängige Beispiele von Verteilungen mit gleichem Mittelwert aber unterschiedlicher Streuung wird die Definition der Standardabweichung als mittlere quadratische Abweichung im Zusammenhang mit Wahrscheinlichkeitsverteilungen motiviert; anhand gezielter Veränderungen der Verteilung werden die Auswirkungen auf deren Kenngrößen untersucht und interpretiert. Anschließend werden diese Größen zum Vergleich von Wahrscheinlichkeitsverteilungen und zu einfachen Risikoabschätzungen genutzt.

<table>
<tr><td colspan="2">Thema: Treffer oder nicht? – Bernoulli-Experimente und Binomialverteilungen (Q-GK-S2)</td></tr>
<tr><td>Zu entwickelnde Kompetenzen</td><td>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</td></tr>
<tr><td>Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Schüler*innen
• verwenden Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente
• erklären die Binomialverteilung im Kontext und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten
• beschreiben den Einfluss der Parameter n und p auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung
• bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen
• nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen
• schließen anhand einer vorgegebenen Entscheidungsregel aus einem Stichprobenergebnis auf die Grundgesamtheit
Prozessbezogene Kompetenzen:
Argumentieren
Die Schüler*innen
• stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Begründen)
• nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (Begründen)
Modellieren
Die Schüler*innen
• treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (Strukturieren)
• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)
• beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren)
• beurteilen die Angemessenheit aufgestellter Modelle für die Fragestellung (Validieren)</td><td>Der Schwerpunkt bei der Betrachtung von Binomialverteilungen soll auf der Modellierung stochastischer Situationen liegen. Dabei werden zunächst Bernoulliketten in realen Kontexten oder in Spielsituationen betrachtet.
Durch Vergleich mit dem „Ziehen ohne Zurücklegen“ wird geklärt, dass die Anwendung des Modells ‚Bernoullikette’ eine bestimmte Realsituation voraussetzt, d.h. dass die Treffer von Stufe zu Stufe unabhängig voneinander mit konstanter Wahrscheinlichkeit erfolgen.
Zur formalen Herleitung der Binomialverteilung bieten sich das Galtonbrett bzw. seine Simulation und die Betrachtung von Multiple-Choice-Tests an.
Eine Visualisierung der Verteilung sowie des Einflusses von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p erfolgt dabei durch die graphische Darstellung der Verteilung als Histogramm unter Nutzung des CAS.
Während sich die Berechnung des Erwartungswertes erschließt, kann die Formel für die Standardabweichung für ein zweistufiges Bernoulliexperiment plausibel gemacht werden. Auf eine allgemeingültige Herleitung wird verzichtet.
Durch Erkunden wird festgestellt, dass unabhängig von n und p ca. 68% der Ergebnisse in der 1σ -Umgebung des Erwartungswertes liegen.
Hinweis: Der Einsatz des CAS zur Berechnung singulärer sowie kumulierter Wahrscheinlichkeiten ermöglicht den Verzicht auf stochastische Tabellen und eröffnet aus der numerischen Perspektive den Einsatz von Aufgaben in realitätsnahen Kontexten.
Prüfverfahren mit vorgegebenen Entscheidungsregeln bieten einen besonderen Anlass, um von einer (ein- oder mehrstufigen) Stichprobenentnahme aus einer Lieferung auf nicht bekannte Parameter in der Grundgesamtheit zu schließen.</td></tr>
</table>

• reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen *(Validieren)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schüler*innen* • nutzen den CAS-Rechner zum … Generieren von Zufallszahlen … Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen … Variieren der Parameter von Binomialverteilungen … Berechnen der Kennzahlen von Binomialverteilungen (Erwartungswert, Standardabweichung)	

Thema: *Von Übergängen und Prozessen (G-GK-S3)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schüler*innen* • beschreiben stochastische Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen • verwenden die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse (Vorhersage nachfolgender Zustände, numerisches Bestimmen sich stabilisierender Zustände) **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schüler*innen* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)* ***Argumentieren*** *Die Schüler*innen* • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur *(Vermuten)* • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen *(Begründen)* • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her *(Begründen)* • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können *(Beurteilen)*	Hinweis: Die Behandlung stochastischer Prozesse sollte genutzt werden, um zentrale Begriffe aus Stochastik (Wahrscheinlichkeit, relative Häufigkeit) und Analysis (Grenzwert) mit Begriffen und Methoden der Linearen Algebra (Vektor, Matrix, lineare Gleichungssysteme) zu vernetzen. Die Schüler*innen modellieren dabei in der Realität komplexe Prozesse, deren langfristige zeitliche Entwicklung untersucht und als Grundlage für Entscheidungen und Maßnahmen genutzt werden kann. Der Auftrag an Schüler*innen, einen stochastischen Prozess graphisch darzustellen, führt in der Regel zur Erstellung eines Übergangs-diagramms. Im Zusammenhang mit der Interpretation der Pfadregeln als Gleichungssystem können sie daraus die Matrix-Vektor-Darstellung des Prozesses entwickeln. Untersuchungen in unterschiedlichen realen Kontexten führen zur Entwicklung von Begriffen zur Beschreibung von Eigenschaften stochastischer Prozesse (Potenzen der Übergangsmatrix, Grenzmatrix, stabile Verteilung). Hier bietet sich eine Vernetzung mit der Linearen Algebra hinsichtlich der Betrachtung linearer Gleichungssysteme und ihrer Lösungsmengen an.

3.1.5 Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben LK Qualifikationsphase

Qualifikationsphase (Q1) – LEISTUNGSKURS	
<u>*Unterrichtsvorhaben Q1-I:*</u> **Thema**: *Optimierungsprobleme (Q-LK-A1)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Problemlösen • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld**: Funktionen und Analysis (A) **Inhaltliche Schwerpunkte**: • Wiederholung der Differenzial-rechnung aus der EF • Bedeutung der 2. und weiterer Ableitungen • Produkt- und Kettenregel • Funktionen als mathematische Modelle – Extremwertprobleme • Einführung der e-Funktion **Zeitbedarf**: 25 Std.	<u>*Unterrichtsvorhaben Q1-II:*</u> **Thema**: *Funktionen beschreiben Formen – Modellieren von Sachsituationen mit Funktionen (Q-LK-A2)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfelder**: Funktionen und Analysis (A) Lineare Algebra (G) **Inhaltliche Schwerpunkte**: • Ganzrationale Funktionen bestimmen • Gleichungssysteme mit Gauß-Verfahren lösen • Funktionen mit Parameter **Zeitbedarf**: 25 Std.
<u>*Unterrichtsvorhaben Q1-III*</u> **Thema:** *Von der Änderungsrate zum Bestand (Q-LK-A3)* **Zentrale Kompetenzen:** • Kommunizieren **Inhaltsfeld:** Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Grundverständnis des Integralbegriffs • Graphisches Differenzieren und Integrieren • Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung **Zeitbedarf**: 20 Std.	<u>*Unterrichtsvorhaben Q1-IV:*</u> **Thema**: *Von der Randfunktion zur Integralfunktion (Q-LK-A4)* **Zentrale Kompetenzen**: • Argumentieren • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Integralfunktion • Uneigentliche Integrale • Integral und Rauminhalt **Zeitbedarf**: 15 Std.

<table>
<tr><th colspan="2">Qualifikationsphase (Q1) – LEISTUNGSKURS Fortsetzung</th></tr>
<tr><td><u>Unterrichtsvorhaben Q1-V:</u>

Thema:
Beschreibung von Bewegungen und Schattenwurf mit Geraden (Q-LK-G1)

Zentrale Kompetenzen:
• Modellieren
• Werkzeuge nutzen

Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Wiederholung Vektoren
• Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte

Zeitbedarf: 10 Std.</td><td><u>Unterrichtsvorhaben Q1-VI:</u>

Thema:
Die Welt vermessen – das Skalarprodukt und seine ersten Anwendungen (Q-LK-G2)

Zentrale Kompetenzen:
• Problemlösen
• Werkzeuge nutzen

Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Skalarprodukt
• Orthogonalität

Zeitbedarf: 10 Std.</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td><u>Unterrichtsvorhaben Q1-VII:</u>

Thema:
Lagebeziehungen und Abstandsprobleme bei geradlinig bewegten Objekten (Q-LK-G3)

Zentrale Kompetenzen:
• Argumentieren
• Kommunizieren
• Werkzeuge nutzen

Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Geradengleichung
• Lagebeziehungen und Abstände
• Winkel zwischen Geraden

Zeitbedarf: 15 Std.</td><td><u>Unterrichtsvorhaben Q1-VIII:</u>

Thema:
Ebenen als Lösungsmengen von linearen Gleichungen und ihre Beschreibung durch Parameter (Q-LK-G4)

Zentrale Kompetenzen:
• Argumentieren
• Kommunizieren

Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Darstellung, Untersuchung und Lagebeziehungen geometrischer Objekte (Gerade/Ebene und Ebene/Ebene)
• Anwendung des Gauß-Verfahrens

Zeitbedarf: 15 Std.</td></tr>
</table>

Qualifikationsphase (Q1) – LEISTUNGSKURS Fortsetzung	
<u>*Unterrichtsvorhaben Q1-IX:*</u> **Thema:** *Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q-LK-S1)* **Zentrale Kompetenzen**: • Modellieren **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Kenngrößen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen **Zeitbedarf:** 10 Std.	<u>*Unterrichtsvorhaben Q1-X:*</u> **Thema:** *Treffer oder nicht? – Bernoulli-Experimente und Binomialverteilungen (Q-LK-S2)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Problemlösen • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Bernoulli-Experiment und Binomialverteilung • Untersuchung charakteristischer Größen von Binomialverteilungen **Zeitbedarf:** 15 Std.
Summe Qualifikationsphase (Q1) – LEISTUNGSKURS: 160 Stunden (32 Wochen)	

<table>
<tr><th colspan="2">Qualifikationsphase (Q2) – LEISTUNGSKURS</th></tr>
<tr><td><u>Unterrichtsvorhaben Q2-XI:</u>

Thema:
Natürliche Exponential- und Logarithmusfunktionen (Q-LK-A5)

Zentrale Kompetenzen:
• Problemlösen
• Werkzeuge nutzen

Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Fortführung der Differentialrechnung
• Wachstumsprozesse

Zeitbedarf: 20 Std.</td><td><u>Unterrichtsvorhaben Q2-XII</u>

Thema:
Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen (Q-LK-A6)

Zentrale Kompetenzen:
• Modellieren

Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)

Inhaltliche Schwerpunkte:
• Umkehrfunktionen
• Beschränktes Wachstum
• Integralrechnung

Zeitbedarf: 15 Std.</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td><u>Unterrichtsvorhaben Q2-XIII:</u>

Thema:
Untersuchungen an Polyedern (QLK-G5)

Zentrale Kompetenzen:
• Problemlösen
• Werkzeuge nutzen

Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltliche Schwerpunkte:
• Normalen- und Koordinatengleichungen von Ebenen
• Lagebeziehungen, Abstände und Winkel zwischen Ebenen

Zeitbedarf: 20 Std.</td><td><u>Unterrichtsvorhaben Q2-XIV:</u>

Thema:
Strategieentwicklung bei geometrischen Problemsituationen (Q-LK-G6)

Zentrale Kompetenzen:
• Modellieren
• Problemlösen
• Werkzeuge Nutzen

Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Verknüpfung aller Kompetenzen
• Spatprodukt

Zeitbedarf: 10 Std.</td></tr>
</table>

Qualifikationsphase (Q2) – LEISTUNGSKURS Fortsetzung	
Unterrichtsvorhaben Q2-XV: **Thema:** *Signifikant und relevant? – Testen von Hypothesen (Q-LK-S3)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Kommunizieren **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Sigmaregeln • Zweiseitiger und einseitiger Signifikanztests **Zeitbedarf:** 15 Std.	*Unterrichtsvorhaben Q2-XVI:* **Thema:** *Ist die Glocke normal? (Q-LK-S4)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Problemlösen • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Normalverteilung **Zeitbedarf:** 10 Std.
Unterrichtsvorhaben Q2-XVII: **Thema:** *Von Übergängen und Prozessen (Q-LK-S5)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Argumentieren • Problemlösen **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) und lineare Algebra (G) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Stochastische Prozesse • Matrizenrechnung **Zeitbedarf:** 10 Std.	
Summe Qualifikationsphase (Q2) – LEISTUNGSKURS: 100 Stunden (20 Wochen)	

3.1.6 Konkretisierte Unterrichtsvorhaben LK Qualifikationsphase

Hinweis: Themen, Inhaltsfelder, inhaltliche Schwerpunkte und Kompetenzen hat die Fachkonferenz der Städt. Gesamtschule Kaarst-Büttgen verbindlich vereinbart.
In allen anderen Bereichen sind Abweichungen von den vorgeschlagenen Vorgehensweisen bei der Konkretisierung der Unterrichtsvorhaben möglich. Darüber hinaus enthält dieser schulinterne Lehrplan in den Kapiteln 3.2 bis 3.4 übergreifende sowie z. T. auch jahrgangsbezogene Absprachen zur fachmethodischen und fachdidaktischen Arbeit, zur Leistungsbewertung und zur Leistungsrückmeldung. Je nach internem Steuerungsbedarf können solche Absprachen auch vorhabenbezogen vorgenommen werden

Q-Phase 1 Leistungskurs Funktionen und Analysis (A)

<table>
<tr><td colspan="2">Thema: Optimierungsprobleme (Q-LK-A1)</td></tr>
<tr><th>Zu entwickelnde Kompetenzen</th><th>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</th></tr>
<tr><td>Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Schüler*innen
• führen Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese
• verwenden notwendige Kriterien und das Vorzeichenwechselkriterium zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten
• bilden die Ableitungen weiterer Funktionen, z. B. Potenzfunktionen mit rationalen Exponenten
• führen Eigenschaften von zusammengesetzten Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) argumentativ auf deren Bestandteile zurück
• wenden die Produkt- und Kettenregel zum Ableiten von Funktionen an
Prozessbezogene Kompetenzen:
Modellieren
Die Schüler*innen
• erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren)
• treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (Strukturieren)
• übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren)
• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)
• beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren)
• beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (Validieren)
• verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (Validieren)</td><td>Leitfrage: „Woher kommen die Funktionsgleichungen?“
Das Aufstellen der Funktionsgleichungen fördert Problemlösestrategien. Die Schüler*innen sollten deshalb hinreichend Zeit bekommen, mit verschiedenen Methoden selbstständig zu Zielfunktionen zu kommen und dabei unterschiedliche Lösungswege zu entwickeln.
An mindestens einem Problem entdecken die Schüler*innen die Notwendigkeit, Randextrema zu betrachten (z. B. verschiedene Varianten des „Tiergeheges“).
Ein Verpackungsproblem (Dose oder Milchtüte) wird unter dem Aspekt der Modellvalidierung/Modellkritik und Modellvariation untersucht.
Stellen extremaler Steigung eines Funktionsgraphen werden im Rahmen geeigneter Kontexte (z. B. Neuverschuldung und Schulden oder Besucherströme in einen Freizeitpark Personaleinsatz) thematisiert und dabei der zweiten Ableitung eine anschauliche Bedeutung als Zu- und Abnahmerate der Änderungsrate der Funktion verliehen. Die Bestimmung der extremalen Steigung erfolgt zunächst über das Vorzeichenwechselkriterium (an den Nullstellen der zweiten Ableitung).
Im Zusammenhang mit geometrischen und ökonomischen Kontexten entwickeln die Schüler*innen die Ableitungen von Wurzelfunktionen sowie die Produkt- und Kettenregel und wenden sie an.</td></tr>
</table>

• reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen *(Validieren)* ***Problemlösen*** *Die Schüler*innen* • finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation *(Erkunden)* • wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle) aus, um die Situation zu erfassen *(Erkunden)* • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Verallgemeinern) *(Lösen)* • setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein *(Lösen)* • berücksichtigen einschränkende Bedingungen *(Lösen)* • vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich der Unterschiede und der Gemeinsamkeiten *(Reflektieren)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schüler*innen* • verwenden den CAS-Rechner zum … Darstellen von Funktionsgraphen (auch der Ableitungsfunktion) … Berechnen Ableitungen … Erkunden von Tangenten	

Thema: *Funktionen beschreiben Formen - Modellieren von Sachsituationen mit Funktionen (Q-LK-A2)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schüler*innen* • interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext und untersuchen ihren Einfluss auf Eigenschaften von Funktionenscharen • bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben („Steckbriefaufgaben“) • beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mit Hilfe der 2. Ableitung • verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten • beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme • wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schüler*innen* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor *(Strukturieren)* • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)*	**Leitfrage: „Woher kommen die Funktionsgleichungen?“** In unterschiedlichen Kontexten (z. B. Fotos von Brücken, Gebäuden, Flugbahnen) werden die Parameter der Scheitelpunktform einer quadratischen Funktion angepasst. Die Beschreibung von Links- und Rechtskurven über die Zu- und Abnahme der Steigung führt zu einer geometrischen Deutung der zweiten Ableitung einer Funktion als „Krümmung“ des Graphen und zur Betrachtung von Wendepunkten. Als Kontext hierzu können z. B. Trassierungsprobleme gewählt werden. Die simultane Betrachtung beider Ableitungen führt zur Entdeckung eines weiteren hinreichenden Kriteriums für Extrempunkte. Anhand einer Funktion mit Sattelpunkt wird die Grenze dieses hinreichenden Kriteriums entdeckt. Vor- und Nachteile der beiden hinreichenden Kriterien werden abschließend von den Lernenden kritisch bewertet. Im Zusammenhang mit unterschiedlichen Kontexten werden aus gegebenen Eigenschaften (Punkten, Symmetrieüberlegungen, Bedingungen an die 1. und 2. Ableitung) Gleichungssysteme für die Parameter ganzrationaler Funktionen entwickelt. Schüler*innen erhalten Gelegenheit, über Grundannahmen der Modellierung (Grad der Funktion, Symmetrie, Lage im Koordinatensystem, Ausschnitt) selbst zu entscheiden, deren Angemessenheit zu reflektieren und ggf. Veränderungen vorzunehmen. Damit nicht bereits zu Beginn algebraische Schwierigkeiten den zentralen Aspekt der Modellierung überlagern, wird empfohlen, den CAS zunächst zum Lösen von Gleichungssystemen und zur graphischen Darstellung der erhaltenen Funktionen im Zusammenhang mit der Validierung zu verwenden und erst im Anschluss, das Gaußverfahren zu thematisieren und für einige gut überschaubare Systeme mit drei Unbekannten auch ohne digitale Werkzeuge durchzuführen. Über freie Parameter (aus unterbestimmten Gleichungssystemen)

• beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung *(Validieren)* • verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung *(Validieren)* • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen *(Validieren)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schüler*innen* • verwenden den CAS-Rechner zum … Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen … zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen … Erkunden, Berechnen und Darstellen von Funktionsscharen und Ortskurven	werden Lösungsscharen erzeugt und deren Elemente hinsichtlich ihrer Eignung für das Modellierungsproblem untersucht und beurteilt. An innermathematischen „Steckbriefen“ werden Fragen der Eindeutigkeit der Modellierung und der Einfluss von Parametern auf den Funktionsgraphen untersucht.

Thema: *Von der Änderungsrate zum Bestand (Q-LK-A3)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schüler*innen* • interpretieren Produktsummen im Kontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe • deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext • skizzieren zu einer gegebenen Randfunktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Kommunizieren*** *Die Schüler*innen* • erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus mathematikhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen *(Rezipieren)* • formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege *(Produzieren)* • wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus *(Produzieren)* • wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen *(Produzieren)* • dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar *(Produzieren)* • erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie *(Produzieren)*	**Das Thema ist komplementär zur Einführung der Änderungsraten** Auch im Leistungskurs bilden eigene anschauliche Erfahrungen ein gutes Fundament für den weiteren Begriffsaufbau. Deshalb werden hier Kontexte, die schon dort genutzt werden, wieder aufgegriffen (Geschwindigkeit - Weg, Zuflussrate von Wasser - Wassermenge). Daneben wird die Konstruktion einer Größe (z. B. physikalische Arbeit) erforderlich, bei der es sich nicht um die Rekonstruktion eines Bestandes handelt. Der Einstieg kann über ein Stationenlernen oder eine arbeitsteilige Gruppenarbeit erfolgen, in der sich die Schüler*innen selbstständig eine Breite an Kontexten, in denen von einer Änderungsrate auf den Bestand geschlossen wird, erarbeiten. Außer der Schachtelung durch Ober- und Untersummen sollen die Schüler*innen eigenständig weitere unterschiedliche Strategien zur möglichst genauen näherungsweisen Berechnung des Bestands entwickeln und vergleichen. Die entstehenden Produktsummen werden als Bilanz über orientierte Flächeninhalte interpretiert. Qualitativ können die Schüler*innen so den Graphen einer Flächeninhaltsfunktion als „Bilanzgraphen“ zu einem vorgegebenen Randfunktionsgraphen skizzieren.

Thema: *Von der Randfunktion zur Integralfunktion (Q-LK-A4)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schüler*innen* • erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs • erläutern den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion • deuten die Ableitung mithilfe der Approximation durch lineare Funktionen • nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen • begründen den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung unter Verwendung eines anschaulichen Stetigkeitsbegriffs • bestimmen Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen • bestimmen Integrale numerisch • ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate oder der Randfunktion • bestimmen Flächeninhalte und Volumina von Körpern, die durch die Rotation um die Abszisse entstehen, mit Hilfe von bestimmten und uneigentlichen Integralen **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Argumentieren*** *Die Schüler*innen* • stellen Vermutungen auf *(Vermuten)* • unterstützen Vermutungen beispielgebunden *(Vermuten)* • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur *(Vermuten)* • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her *(Begründen)* • verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten *(Begründen)*	Schüler*innen sollen hier selbst entdecken, dass die Integralfunktion J_a eine Stammfunktion der Randfunktion ist. Dazu wird das im vorhergehenden Unterrichtsvorhaben entwickelte numerische Näherungsverfahren zur Rekonstruktion einer Größe aus der Änderungsrate auf eine kontextfrei durch einen Term gegebene Funktion angewendet und zur Konstruktion der Integralfunktion genutzt (Verallgemeinerung). Die Voraussetzungen werden präzisiert und der Hauptsatz wird exakt notiert. Davon abgegrenzt wird die Berechnung von Flächeninhalten, bei der auch Intervalladditivität und Linearität (bei der Berechnung von Flächen zwischen Kurven) thematisiert werden. Bei der Berechnung der Volumina wird stark auf Analogien zur Flächenberechnung verwiesen. (Gedanklich wird mit einem „Eierschneider“ der Rotationskörper in berechenbare Zylinder zerlegt, analog den Rechtecken oder Trapezen bei der Flächenberechnung. Auch die jeweiligen Summenformeln weisen Entsprechungen auf.) Mit der Mittelwertberechnung kann bei entsprechend zur Verfügung stehender Zeit (über den Kernlehrplan hinausgehend) noch eine weitere wichtige Grundvorstellung des Integrals erarbeitet werden.

• erklären vorgegebene Argumentationen und mathematische Beweise *(Begründen)* • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können *(Beurteilen)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schüler*innen* • nutzen den CAS-Rechner zum … Erkunden, Recherchieren, Berechnen und Darstellen … Messen von Flächeninhalten zwischen Funktionsgraph und Abszisse … Ermitteln des Wertes eines bestimmten Integrals	

Q-Phase 1 Leistungskurs Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Thema: *Beschreibung von Bewegungen und Schattenwurf mit Geraden (Q-LK-G1)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schüler*innen* • stellen Geraden in Parameterform dar • interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext • stellen geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform dar **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schüler*innen* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor *(Strukturieren)* • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung *(Validieren)* • verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung *(Validieren)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schüler*innen* • nutzen den CAS-Rechner und Geogebra zum … grafischen Darstellen von Ortsvektoren, Vektorsummen und Geraden … Darstellen von Objekten im Raum	Lineare Bewegungen werden z. B. im Kontext von Flugbahnen (Kondensstreifen) durch Startpunkt, Zeitparameter und Geschwindigkeitsvektor beschrieben. Dabei sollten Modellierungsfragen (reale Geschwindigkeiten, Größe der Flugobjekte, Flugebenen) einbezogen werden. Eine Vertiefung kann darin bestehen, den Betrag der Geschwindigkeit mittels einer Funktion zu variieren, z. B. zur Beschreibung einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung. In jedem Fall soll der Unterschied zwischen einer Geraden als Punktmenge (hier die Flugbahn) und einer Parametrisierung dieser Punktmenge als Funktion (von der Parametermenge in den Raum) herausgearbeitet werden. Ergänzend zum dynamischen Zugang wird die rein geometrische Frage aufgeworfen, wie eine Gerade durch zwei Punkte zu beschreiben ist. Hierbei wird herausgearbeitet, dass zwischen unterschiedlichen Parametrisierungen einer Geraden gewechselt werden kann. Durch Einschränkung des Definitionsbereichs werden Strahlen und Strecken einbezogen. Punktproben sowie die Berechnung von Schnittpunkten mit den Grundebenen erlauben die Darstellung in räumlichen Koordinatensystemen. Solche Darstellungen sollten geübt werden. Auf dieser Grundlage können z. B. Schattenwürfe von Gebäuden in Parallel- und Zentralprojektion auf eine der Grundebenen berechnet und zeichnerisch dargestellt werden. Der Einsatz der DGS bietet die zusätzliche Möglichkeit, dass der Ort der Strahlenquelle variiert werden kann. Inhaltlich schließt die Behandlung von Schrägbildern an das Thema E-G1 an.

<table>
<tr><td colspan="2">Thema: Die Welt vermessen – das Skalarprodukt und seine ersten Anwendungen (Q-LK-G2)</td></tr>
<tr><td>Zu entwickelnde Kompetenzen</td><td>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</td></tr>
<tr><td>Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Schüler*innen
• deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es
• untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung)
• bestimmen Abstände zwischen Punkten und Geraden

Prozessbezogene Kompetenzen:
Problemlösen
Die Schüler*innen
• erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (Erkunden)
• analysieren und strukturieren die Problemsituation (Erkunden)
• entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (Lösen)
• vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschiede und Gemeinsamkeiten (Reflektieren)

Werkzeuge nutzen
Die Schüler*innen
• nutzen den CAS-Rechner und Geogebra zum
… Berechnen, Lösen, Darstellen von vektoriellen Problemsituationen</td><td>Das Skalarprodukt wird als Indikator für Orthogonalität aus einer Anwendung des Satzes von Pythagoras entwickelt. Durch eine Zerlegung in parallele und orthogonale Komponenten wird der geometrische Aspekt der Projektion betont. Dies wird zur Einführung des Winkels über den Kosinus genutzt.
Eine weitere Bedeutung des Skalarproduktes kann mit den gleichen Überlegungen am Beispiel der physikalischen Arbeit erschlossen werden. Die formale Frage nach der Bedeutung eines Produktes von zwei Vektoren sowie den dabei gültigen Rechengesetzen wird im Zusammenhang mit der Analyse von typischen Fehlern (z. B. Division durch einen Vektor) gestellt.
Anknüpfend an das Thema E-G2 werden Eigenschaften von Dreiecken und Vierecken auch mithilfe des Skalarproduktes untersucht. Dabei bieten sich vorrangig Problemlöseaufgaben (z. B. Nachweis von Vierecktypen) an.
In Anwendungskontexten (z. B. Vorbeiflug eines Flugzeugs an einem Hindernis unter Einhaltung eines Sicherheitsabstandes) wird entdeckt, wie der Abstand eines Punktes von einer Geraden u. a. über die Bestimmung eines Lotfußpunktes ermittelt werden kann. Hierbei werden unterschiedliche Lösungswege zugelassen und verglichen. Eine Vernetzung mit Verfahren der Analysis zur Abstandsminimierung bietet sich an.</td></tr>
</table>

Thema: *Lagebeziehungen und Abstandsprobleme bei geradlinig bewegten Objekten (Q-LK-G3)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schüler*innen* • interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext • untersuchen Lagebeziehungen zwischen Geraden • berechnen Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext • bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Argumentieren*** *Die Schüler*innen* • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur *(Vermuten)* • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober-/Unterbegriff) *(Begründen)* • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen *(Begründen)* • berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige/hinreichende Bedingung, Folgerungen/Äquivalenz, Und-/Oder-Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen) *(Begründen)* • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können *(Beurteilen)* ***Kommunizieren*** *Die Schüler*innen* • erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen *(Rezipieren)* • verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang *(Produzieren)*	Die Berechnung des Schnittpunkts zweier Geraden ist eingebettet in die Untersuchung von Lagebeziehungen. Die Existenzfrage führt zur Unterscheidung der vier möglichen Lagebeziehungen. Dabei kann die lineare Abhängigkeit/ Unabhängigkeit der Richtungsvektoren genutzt werden. Als ein Kontext kann die Modellierung von Flugbahnen (Kondensstreifen) aus Thema Q-LK-G1 wiederaufgenommen werden, insbesondere mit dem Ziel, die Frage des Abstandes zwischen Flugobjekten im Unterschied zur Abstandsberechnung zwischen den Flugbahnen zu vertiefen. Hier bietet sich wiederum eine Vernetzung mit den Verfahren der Analysis zur Abstandsminimierung an. Die Berechnung des Abstandes zweier Flugbahnen kann für den Vergleich unterschiedlicher Lösungsvarianten genutzt werden. Dabei wird unterschieden, ob die Lotfußpunkte der kürzesten Verbindungsstrecke mitberechnet werden oder nachträglich aus dem Abstand bestimmt werden müssen. In der Rückschau sollten die Schüler*innen nun einen Algorithmus entwickeln, um über die Lagebeziehung zweier Geraden zu entscheiden. Flussdiagramme und Tabellen sind ein geeignetes Mittel, solche Algorithmen darzustellen. Die Schüler*innen können selbst solche Darstellungen entwickeln, vergleichen und in ihrer Brauchbarkeit beurteilen. In diesem Teil des Unterrichtsvorhabens sollten nicht nur logische Strukturen reflektiert, sondern auch Unterrichtsformen gewählt werden, bei denen Kommunikationsprozesse im Team unter Verwendung der Fachsprache angeregt werden.

• wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen *(Produzieren)* • erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie *(Produzieren)* • vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität *(Diskutieren)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schüler*innen* • nutzen den CAS-Rechner zum … Berechnen, Lösen, Darstellen von vektoriellen Problemsituationen	

Thema: *Ebenen als Lösungsmengen von linearen Gleichungen und ihre Beschreibung durch Parameter (Q-LK-G4)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schüler*innen* • stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar • stellen Ebenen in Koordinaten- und in Parameterform dar • deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es • stellen Ebenen in Normalenform dar und nutzen diese zur Orientierung im Raum • bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Argumentieren*** *Die Schüler*innen* • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober-/Unterbegriff) *(Begründen)* • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen *(Begründen)* • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können *(Beurteilen)* ***Kommunizieren*** *Die Schüler*innen* • erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen *(Rezipieren)* • formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege *(Produzieren)* • wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen *(Produzieren)*	Die unterschiedlichen Darstellungsformen einer Ebenengleichung und ihre jeweilige geometrische Deutung (Koordinatenform, Achsenabschnittsform, Hesse-Normalenform als Sonderformen der Normalenform) werden gegenübergestellt, verglichen und in Beziehung gesetzt. Dabei intensiviert der kommunikative Austausch die fachlichen Aneignungsprozesse. Die Achsenabschnittsform erleichtert es, Ebenen zeichnerisch darzustellen. Zur Veranschaulichung der Lage von Ebenen soll Geogebra verwendet werden. Als weitere Darstellungsform wird nun die Parameterform der Ebenengleichung entwickelt. Als Einstiegskontext dient eine Dachkonstruktion mit Sparren und Querlatten. Diese bildet ein schiefwinkliges Koordinatensystem in der Ebene. Damit wird die Idee der Koordinatisierung aus dem Thema E-G2 wieder aufgegriffen. Durch Einschränkung des Definitionsbereichs werden Parallelogramme und Dreiecke beschrieben. So können auch anspruchsvollere Modellierungsaufgaben gestellt werden. Ein Wechsel zwischen Koordinatenform und Parameterform der Ebene ist über die drei Achsenabschnitte möglich. Alternativ wird ein Normalenvektor mit Hilfe eines Gleichungssystems bestimmt. Alle Darstellungsformen der Ebenengleichung sollen in alle anderen ungeformt werden können.

Q-Phase 1 Leistungskurs Stochastik (S)

Thema: *Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q-LK-S1)*	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schüler*innen* • untersuchen Lage- und Streumaße von Stichproben • erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen • bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von • Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schüler*innen* • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor *(Strukturieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)*	Anhand verschiedener Glücksspiele wird zunächst der Begriff der Zufallsgröße und der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung (als Zuordnung von Wahrscheinlichkeiten zu den möglichen Werten, die die Zufallsgröße annimmt) zur Beschreibung von Zufallsexperimenten eingeführt. Analog zur Betrachtung des Mittelwertes bei empirischen Häufigkeitsverteilungen wird der Erwartungswert einer Zufallsgröße definiert. Das Grundverständnis von Streumaßen wird durch Rückgriff auf die Erfahrungen der Schüler*innen mit Boxplots reaktiviert. Über eingängige Beispiele von Verteilungen mit gleichem Mittelwert, aber unterschiedlicher Streuung, wird die Definition der Standardabweichung als mittlere quadratische Abweichung im Zusammenhang mit Wahrscheinlichkeitsverteilungen motiviert; über gezielte Veränderungen der Verteilung wird ein Gefühl für die Auswirkung auf deren Kenngrößen entwickelt. Anschließend werden diese Größen zum Vergleich von Wahrscheinlichkeitsverteilungen und zu einfachen Risikoabschätzungen genutzt.

Thema: *Treffer oder nicht? – Bernoulli-Experimente und Binomialverteilungen (Q-LK-S2)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schüler*innen* • verwenden Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente • erklären die Binomialverteilung einschließlich der kombinatorischen Bedeutung der Binomialkoeffizienten und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten • nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen • beschreiben den Einfluss der Parameter n und p auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung • bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von • (binomialverteilten) Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schüler*innen* • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor *(Strukturieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)* ***Problemlösen*** *Die Schüler*innen* • analysieren und strukturieren die Problemsituation *(Erkunden)* • wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen *(Erkunden)* • erkennen Muster und Beziehungen *(Erkunden)*	Der Schwerpunkt bei der Betrachtung von Binomialverteilungen soll auf der Modellierung stochastischer Situationen liegen. Dabei werden zunächst Bernoulliketten in realen Kontexten oder in Spielsituationen betrachtet. Durch Vergleich mit dem „Ziehen ohne Zurücklegen“ wird geklärt, dass die Anwendung des Modells ‚Bernoullikette’ eine bestimmte Realsituation voraussetzt, d. h. dass die Treffer von Stufe zu Stufe unabhängig voneinander mit konstanter Wahrscheinlichkeit erfolgen. Zur formalen Herleitung der Binomialverteilung und der Binomialkoeffizienten bieten sich das Galtonbrett bzw. seine Simulation und die Betrachtung von Multiple-Choice-Tests an. Die anschließende Vertiefung erfolgt in unterschiedlichen Sachkontexten, deren Bearbeitung auf vielfältigen Zeitungsartikeln basieren kann. Auch Beispiele der Modellumkehrung werden betrachtet („Von der Verteilung zur Realsituation“). Hinweis: Der Einsatz des CAS zur Berechnung singulärer sowie kumulierter Wahrscheinlichkeiten ermöglicht den Verzicht auf stochastische Tabellen und eröffnet aus der numerischen Perspektive den Einsatz von Aufgaben in realitätsnahen Kontexten.

• entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege *(Lösen)* • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Verallgemeinern) *(Lösen)* • interpretieren Ergebnisse auf dem Hintergrund der Fragestellung (Reflektieren) ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schüler*innen* • nutzen den CAS-Rechner zum … Generieren von Zufallszahlen … Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen … Variieren der Parameter von Binomialverteilungen … Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen … Berechnen der Kennzahlen von Binomialverteilungen (Erwartungswert, Standardabweichung)	

Thema: *Untersuchung charakteristischer Größen von Binomialverteilungen (Q-LK-S3)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schüler*innen* • beschreiben den Einfluss der Parameter n und p auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung • bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von • (binomialverteilten) Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen • nutzen die σ-Regeln für prognostische Aussagen • nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schüler*innen* • nutzen grafikfähige Taschenrechner und Tabellenkalkulationen […] • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen	Eine Visualisierung der Verteilung sowie des Einflusses von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p erfolgt durch die graphische Darstellung der Verteilung als Histogramm unter Nutzung des CAS. Während sich die Berechnung des Erwartungswertes erschließt, kann die Formel für die Standardabweichung induktiv entdeckt werden: In einer Tabellenkalkulation wird bei festem n und p für jedes k die quadratische Abweichung vom Erwartungswert mit der zugehörigen Wahrscheinlichkeit multipliziert. Die Varianz als Summe dieser Werte wird zusammen mit dem Erwartungswert in einer weiteren Tabelle notiert. Durch systematisches Variieren von n und p entdecken die Schüler*innen die funktionale Abhängigkeit der Varianz von diesen Parametern und die Formel $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$.

Q-Phase 2 Leistungskurs Funktionen und Analysis (A)

<table>
<tr><td colspan="2">Thema: Natürliche Exponential- und Logarithmusfunktionen (Q-LK-A5)</td></tr>
<tr><td>Zu entwickelnde Kompetenzen</td><td>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</td></tr>
<tr><td>Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Schüler*innen
• beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen und begründen die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponential-funktion
• nutzen die natürliche Logarithmusfunktion als Umkehrfunktion der natürlichen Exponentialfunktion
• bilden die Ableitungen weiterer Funktionen:
… natürliche Exponentialfunktion
… Exponentialfunktionen mit beliebiger Basis
… natürliche Logarithmusfunktion
• nutzen die natürliche Logarithmusfunktion als Stammfunktion der Funktion: $f(x) = \frac{1}{x}$.
Prozessbezogene Kompetenzen:
Problemlösen
Die Schüler*innen
• erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (Erkunden)
• entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (Lösen)
• nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme) (Lösen)
• führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (Lösen)
• variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung (Reflektieren)
Werkzeuge nutzen
Die Schüler*innen
• verwenden den CAS-Rechner zum</td><td>Es werden die Eigenschaften einer allgemeinen Exponentialfunktion zusammengestellt. Der CAS unterstützt dabei die Klärung der Bedeutung der verschiedenen Parameter und die Veränderungen durch Transformationen.
Die Frage nach der Ableitung einer allgemeinen Exponentialfunktion an einer Stelle führt zu einer vertiefenden Betrachtung des Übergangs von der durchschnittlichen zur momentanen Änderungsrate. In einem Tabellenkalkulationsblatt wird für immer kleinere h das Verhalten des Differenzenquotienten beobachtet.
Umgekehrt wird zu einem gegebenen Ableitungswert die zugehörige Stelle gesucht.
Dazu experimentiert man in der Grafik des CAS, indem Tangenten an verschiedenen Stellen an die Funktion gelegt werden. Mit diesem Ansatz kann in einem DGS auch der Graph der Ableitungsfunktion als Ortskurve gewonnen werden.
Abschließend wird noch die Basis variiert. Dabei ergibt sich automatisch, dass für die Eulersche Zahl als Basis Funktion und Ableitungsfunktion übereinstimmen.
Umkehrprobleme im Zusammenhang mit der natürlichen Exponentialfunktion werden genutzt, um den natürlichen Logarithmus zu definieren und damit auch alle Exponentialfunktionen auf die Basis e zurückzuführen. Mit Hilfe der schon bekannten Kettenregel können dann auch allgemeine Exponentialfunktionen abgeleitet werden.</td></tr>
</table>

… zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen … grafischen Messen von Steigungen … Erkunden, Recherchieren, Berechnen und Darstellen • entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus	

Thema: *Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen (Q-LK-A6)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schüler*innen* • verwenden Exponentialfunktionen zur Beschreibung von Wachstums- und Zerfallsvorgängen und vergleichen die Qualität der Modellierung exemplarisch mit einem begrenzten Wachstum • bestimmen Integrale mithilfe von gegebenen oder Nachschlagewerken entnommenen Stammfunktionen • ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate oder der Randfunktion **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schüler*innen* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • ordnen einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zu *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)* • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung *(Validieren)* • verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung *(Validieren)* • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen *(Validieren)*	Als Beispiel für eine Summenfunktion eignet sich die Modellierung einer Kettenlinie. An mindestens einem Beispiel wird auch ein beschränktes Wachstum untersucht. An Beispielen von Prozessen, bei denen das Wachstum erst zu- und dann wieder abnimmt (Medikamente, Fieber, Pflanzen), wird eine Modellierung durch Produkte von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen erarbeitet. Auch in diesen Kontexten ergeben sich Fragen, die erfordern, dass aus der Wachstumsgeschwindigkeit auf den Gesamteffekt geschlossen wird. Weitere Kontexte bieten Anlass zu komplexen Modellierungen mit Funktionen anderer Funktionenklassen, insbesondere unter Berücksichtigung von Parametern, für die Einschränkungen des Definitionsbereiches oder Fallunterscheidungen vorgenommen werden müssen.

Q-Phase 2 Leistungskurs Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Thema: *Untersuchungen an Polyedern (Q-LK-G5)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schüler*innen* • stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar • beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme • wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an • interpretieren die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen • stellen geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform dar • untersuchen Lagebeziehungen zwischen Geraden und Ebenen • berechnen (Schnittpunkte von Geraden sowie) Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext • untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung) • bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Problemlösen*** *Die Schüler*innen* • erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme *(Erkunden)* • analysieren und strukturieren die Problemsituation *(Erkunden)* • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege *(Lösen)* • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten • finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten) *(Lösen)* • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur	Tetraeder, Pyramiden, Würfel, Prismen und Oktaeder bieten vielfältige Anlässe für offen angelegte geometrische Untersuchungen und können auf reale Objekte bezogen werden. Auch hier kann Geogebra oder der CAS-Rechner eingesetzt werden. Wo möglich, werden auch elementargeometrische Lösungswege als Alternative aufgezeigt Die Bestimmung von Längen und Winkeln setzt das Thema Q-LK-G2 direkt fort. Winkel zwischen einer Geraden und einer Ebene erlauben Rückschlüsse auf ihre Lagebeziehung. Abstände von Punkten zu Geraden und zu Ebenen ermöglichen es z. B., die Fläche eines Dreiecks oder die Höhe und das Volumen einer Pyramide zu bestimmen. Abgesehen von der Abstandsberechnung zwischen Geraden müssen weitere Formen der Abstandsberechnungen nicht systematisch abgearbeitet werden, sie können bei Bedarf im Rahmen von Problemlöseprozessen in konkrete Aufgaben integriert werden. Das Gauß-Verfahren soll z. B. im Zusammenhang mit der Berechnung von Schnittfiguren oder bei der Konstruktion regelmäßiger Polyeder vertieft werden. In diesem Unterrichtsvorhaben wird im Sinne einer wissenschaftspropädeutischen Grundbildung besonderer Wert gelegt auf eigenständige Lernprozesse bei der Aneignung eines begrenzten Stoffgebietes sowie bei der Lösung von problemorientierten Aufgaben.

Problemlösung aus *(Lösen)* • beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz *(Reflektieren)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schüler*innen* • verwenden den CAS-Rechner und Geogebra zum … Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen … Durchführen von Operationen mit Vektoren und Matrizen	

Thema: *Strategieentwicklung bei geometrischen Problemsituationen und Beweisaufgaben (Q-LK-G6)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schüler*innen* • stellen Geraden in Parameterform dar • stellen Ebenen in Koordinaten- und in Parameterform dar • stellen geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform dar • untersuchen Lagebeziehungen zwischen Geraden und zwischen Geraden und Ebenen • berechnen Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext • untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und • Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung) • stellen Ebenen in Normalenform dar und nutzen diese zur Orientierung im Raum • bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schüler*innen* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische • Modelle *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung *(Validieren)* • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen *(Validieren)* ***Problemlösen*** *Die Schüler*innen* • wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle,	Zusammenfassung als mathematische Wiederholung und in anwendungsorientierten Aufgaben unter der Einbeziehung der veröffentlichten Aufgaben aus dem Zentralabitur der letzten Jahre.

experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen *(Erkunden)* • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege *(Lösen)* • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Verallgemeinern) *(Lösen)* • führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus *(Lösen)* • vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschiede und Gemeinsamkeiten *(Reflektieren)* • beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz *(Reflektieren)* • analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern *(Reflektieren)* • variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung *(Reflektieren)*	

Q-Phase 2 Leistungskurs Stochastik (S)

Thema: *Signifikant und relevant? – Testen von Hypothesen (Q-LK-S3)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schüler*innen* • interpretieren Hypothesentests bezogen auf den Sachkontext und das Erkenntnisinteresse • beschreiben und beurteilen Fehler 1. und 2. Art **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schüler*innen* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)* ***Kommunizieren*** *Die Schüler*innen* • erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen *(Rezipieren)* • formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungs-wege *(Produzieren)* • führen Entscheidungen auf der Grundlage fachbezogener Diskussionen herbei *(Diskutieren)*	Zentral ist das Verständnis der Idee des Hypothesentests, d. h. mit Hilfe eines mathematischen Instrumentariums einzuschätzen, ob Beobachtungen auf den Zufall zurückzuführen sind oder nicht. Ziel ist es, die Wahrscheinlichkeit von Fehlentscheidungen möglichst klein zu halten. Die Logik des Tests soll dabei an datengestützten gesellschaftlich relevanten Fragestellungen, z. B. Häufungen von Krankheitsfällen in bestimmten Regionen oder alltäglichen empirischen Phänomenen (z. B. Umfrageergebnisse aus dem Lokalteil der Zeitung) entwickelt werden, sie wird abschließend visualisiert. Im Rahmen eines realitätsnahen Kontextes werden folgende Fragen diskutiert und ihre Bedeutung herausgestellt (soziale, moralische und ethische): - Welche Hypothesen werden aufgestellt? Wer formuliert diese mit welcher Interessenlage? - Welche Fehlentscheidungen treten beim Testen auf? Welche Konsequenzen haben sie? Durch Untersuchung und Variation gegebener Entscheidungsregeln werden die Bedeutung des Signifikanzniveaus und der Wahrscheinlichkeit des Auftretens von Fehlentscheidungen 1. und 2. Art (α- und β-Fehler) zur Beurteilung des Testverfahrens erarbeitet x.

Thema: *Ist die Glocke normal? (Q-LK-S4)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schüler*innen* • unterscheiden diskrete und stetige Zufallsgrößen und deuten die Verteilungsfunktion als Integralfunktion • untersuchen stochastische Situationen, die zu annähernd normalverteilten Zufallsgrößen führen • beschreiben den Einfluss der Parameter μ und σ auf die Normalverteilung und die graphische Darstellung ihrer Dichtefunktion (Gaußsche Glockenkurve) • nutzen die σ-Regeln für prognostische Aussagen **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schüler*innen* • erfassen und strukturieren komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* • übersetzen komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung *(Validieren)* • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen *(Validieren)* ***Problemlösen*** *Die Schüler*innen* • erkennen Muster und Beziehungen *(Erkunden)* • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege *(Lösen)* • wählen Werkzeuge aus, die den Lösungsweg unterstützen *(Lösen)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schüler*innen*	Normalverteilungen sind in der Stochastik bedeutsam, weil sich die Summenverteilung von genügend vielen unabhängigen Zufallsvariablen häufig durch eine Normalverteilung approximieren lässt. Mit einer Tabellenkalkulation werden die Augensummen von zwei, drei, vier Würfeln simuliert, wobei in der grafischen Darstellung die Glockenform zunehmend deutlicher wird. Ergebnisse von Schulleistungstests oder Intelligenztests werden erst vergleichbar, wenn man sie hinsichtlich des Mittelwerts und der Streuung normiert, was ein Anlass dafür ist, mit den Parametern μ und σ zu experimentieren. Auch Untersuchungen zu Mess- und Schätzfehlern bieten einen anschaulichen, ggf. handlungsorientierten Zugang. Da auf dem CAS die Normalverteilung programmiert ist, spielt die Approximation der Binomialverteilung durch die Normalverteilung (Satz von de Moivre-Laplace) für die Anwendungsbeispiele im Unterricht eine untergeordnete Rolle. Dennoch sollte bei genügender Zeit deren Herleitung als Vertiefung der Integralrechnung im Leistungskurs thematisiert werden, da der Übergang von der diskreten zur stetigen Verteilung in Analogie zur Approximation von Flächen durch Produktsummen nachvollzogen werden kann (vgl. Q-LK-A3). Die Visualisierung erfolgt mithilfe des CAS-Rechners. Theoretisch ist von Interesse, dass es sich bei der Gaußschen Glockenkurve um den Graphen einer Randfunktion handelt, zu deren Stammfunktion (Gaußsche Integralfunktion) kein Term angegeben werden kann. Das Konzept der σ-Umgebungen wird durch experimentelle Daten abgeleitet. Es wird benutzt, um Prognoseintervalle anzugeben, den notwendigen Stichprobenumfang für eine vorgegebene Genauigkeit zu bestimmen und um das $\frac{1}{\sqrt{n}}$ - Gesetz der großen Zahlen zu präzisieren.

• verwenden den CAS-Rechner zum … Generieren von Zufallszahlen … Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen … Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen ... Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei normalverteilten Zufalls-größen … Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen • entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge, wählen sie gezielt aus und nutzen sie • reflektieren und begründen die Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge	

Thema: *Von Übergängen und Prozessen (Q-LK-S5)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schüler*innen* • beschreiben stochastische Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen • verwenden die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse (Vorhersage nachfolgender Zustände, numerisches Bestimmen sich stabilisierender Zustände) **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schüler*innen* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)* ***Argumentieren*** *Die Schüler*innen* • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur *(Vermuten)* • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen *(Begründen)* • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her *(Begründen)* • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können *(Beurteilen)*	Die Behandlung stochastischer Prozesse sollte genutzt werden, um zentrale Begriffe aus Stochastik (Wahrscheinlichkeit, relative Häufigkeit) und Analysis (Grenzwert) mit Begriffen und Methoden der Linearen Algebra (Vektor, Matrix, lineare Gleichungssysteme) zu vernetzen. Schüler*innen modellieren dabei in der Realität komplexe Prozesse, deren langfristige zeitliche Entwicklung untersucht und als Grundlage für Entscheidungen und Maßnahmen genutzt werden kann. Der Auftrag an Schüler*innen, einen stochastischen Prozess graphisch darzustellen, führt in der Regel zur Erstellung eines Baumdiagramms, dessen erste Stufe den Ausgangszustand beschreibt. Im Zusammenhang mit der Interpretation der Pfadregeln als Gleichungssystem können sie daraus die Matrix-Vektor-Darstellung des Prozesses entwickeln. Untersuchungen in unterschiedlichen realen Kontexten führen zur Entwicklung von Begriffen zur Beschreibung von Eigenschaften stochastischer Prozesse (Potenzen der Übergangsmatrix, Grenzmatrix, stabile Verteilung, absorbierender Zustand). Hier bietet sich eine Vernetzung mit der Linearen Algebra hinsichtlich der Betrachtung linearer Gleichungssysteme und ihrer Lösungsmengen an. Eine nicht obligatorische Vertiefungsmöglichkeit besteht darin, Ausgangszustände über ein entsprechendes Gleichungssystem zu ermitteln und zu erfahren, dass der CAS als Hilfsmittel dazu die inverse Matrix bereitstellt.

3.2 Grundsätze der fachmethodischen und fachdidaktischen Arbeit

In Absprache mit der Lehrerkonferenz sowie unter Berücksichtigung des Schulprogramms hat die Fachkonferenz Mathematik die folgenden fachmethodischen und fachdidaktischen Grundsätze beschlossen.
In diesem Zusammenhang beziehen sich die Grundsätze 1 bis 15 auf fächerübergreifende Aspekte, die auch Gegenstand der Qualitätsanalyse sind, die Grundsätze 16 bis 26 sind fachspezifisch angelegt.

Überfachliche Grundsätze:

1. Geeignete Problemstellungen zeichnen die Ziele des Unterrichts vor und bestimmen die Struktur der Lernprozesse.
2. Inhalt und Anforderungsniveau des Unterrichts entsprechen den Vorgaben des Kernlehrplans Mathematik Sek. II und den Vorgaben des Zentralabiturs NRW.
3. Die Unterrichtsgestaltung ist auf die Ziele und Inhalte abgestimmt.
4. Medien und Arbeitsmittel sind schülernah gewählt.
5. Die Schüler*innen haben die Pflicht zur regelmäßigen Mitarbeit im Unterricht, sorgfältigen Anfertigung von Hausaufgaben, der Führung eines Portfolios (als Wissensspeicher), die intensive Nachbereitung des Unterrichts zur kritischen Selbstreflexion des individuellen Lernprozesses.
6. Der Unterricht fördert eine aktive Teilnahme der Schüler*innen, er fordert sie aber auch.
7. Der Unterricht fördert die Zusammenarbeit zwischen den Schülern*innen und bietet ihnen Möglichkeiten zu eigenen Lösungen.
8. Der Unterricht berücksichtigt die individuellen Lernwege der einzelnen Schüler*innen.
9. Die Schüler*innen erhalten immer wieder, Gelegenheit zu selbstständiger Arbeit und werden dabei unterstützt.
10. Der Unterricht fördert Stellen strukturierte und funktionale Partner- bzw. Gruppenarbeit.
11. Der Unterricht fördert strukturierte und funktionale Arbeit im Plenum.
12. Die Lernumgebung ist vorbereitet; der Ordnungsrahmen wird eingehalten.
13. Die Lehr- und Lernzeit wird intensiv für Unterrichtszwecke genutzt.
14. Es wird versucht, ein positives pädagogisches Unterrichtsklima im Unterricht zu erzeugen.
15. Wertschätzende Rückmeldungen prägen die Bewertungskultur und den Umgang mit Schüler*innen.

Fachliche Grundsätze:

1. Im Unterricht werden fehlerhafte Schüler*innenbeiträge produktiv im Sinne einer Förderung des Lernfortschritts der gesamten Lerngruppe aufgenommen.
2. Der Unterricht ermutigt die Schüler*innen dazu, auch fachlich unvollständige Gedanken zu äußern und zur Diskussion zu stellen.
3. Die Bereitschaft zu problemlösenden Arbeiten wird durch Ermutigungen und Tipps gefördert und unterstützt.
4. Die Einstiege in neue Themen erfolgen grundsätzlich mithilfe sinnstiftender Kontexte, die an das Vorwissen der Lernenden anknüpfen und deren Bearbeitung sie in die dahinterstehende Mathematik führt.

5. Es wird im Rahmen der Unterrichtsökonomie genügend Zeit eingeplant, in der sich die Schüler*innen neues Wissen aktiv konstruieren und in der sie angemessene Grundvorstellungen zu neuen Begriffen entwickeln können.
6. Durch regelmäßiges wiederholendes teils auch integrierendes Üben werden grundlegende Fertigkeiten im Rahmen des Spiralprinzips immer wieder aktualisiert.
7. Im Unterricht werden an geeigneter Stelle differenzierende Aufgaben eingesetzt, um Über- und Unterforderungen weitmöglichst zu vermeiden.
8. Die Schüler*innen werden zu regelmäßiger, sorgfältiger und vollständiger Dokumentation der von ihnen bearbeiteten Aufgaben angehalten.
9. Auf die Notwendigkeit, aber auch die Eigenständigkeit eines solchen Portfolios wird in der Sekundarstufe II an geeigneten Stellen immer wieder hingewiesen.
10. Im Unterricht wird progressiv auf einen angemessenen Umgang mit fachsprachlichen Elementen geachtet.
11. Digitale Medien können an geeigneten Stellen des Unterrichts eingesetzt werden, wenn sie dem Lernfortschritt dienen.

3.3 Grundsätze der Leistungsbewertung und Leistungsrückmeldung

Auf der Grundlage von § 48 SchulG, § 13 APO-GOSt sowie Kapitel 3 des Kernlehrplans Mathematik hat die Fachkonferenz im Einklang mit dem entsprechenden schulbezogenen Konzept die nachfolgenden Grundsätze zur Leistungsbewertung und Leistungsrückmeldung beschlossen. Die nachfolgenden Absprachen stellen die Minimalanforderungen an das lerngruppenübergreifende gemeinsame Handeln der Fachgruppenmitglieder dar. Bezogen auf die einzelne Lerngruppe kommen ergänzend weitere der in den Folgeabschnitten genannten Instrumente der Leistungsüberprüfung zum Einsatz.

Verbindliche Absprachen:

- Die Aufgaben für Klausuren in parallelen Grund- bzw. Leistungskursen sollen im Vorfeld abgesprochen und gemeinsam gestellt werden.
- Klausuren können stets auch Aufgabenteile enthalten, die Kompetenzen aus weiter zurückliegenden Unterrichtsvorhaben oder übergreifende prozessbezogene Kompetenzen erfordern. Für eine regelmäßige Wiederholung der Inhalte und Methoden sind die Schüler*innen verantwortlich.
- Alle Klausuren in der EF- sowie der Q-Phase in den Grund- und Leistungskursen enthalten einen „hilfsmittelfreien“ Teil.
- Alle Klausuren in der Q-Phase enthalten auch Aufgaben mit Anforderungen im Sinne des Anforderungsbereiches III (vgl. Kernlehrplan Kapitel 4).
- Für die Aufgabenstellung der Klausuraufgaben werden die Operatoren der Aufgaben des Zentralabiturs verwendet.
  Diese sind mit den Schüler*innen im ersten Halbjahr der EF zu besprechen.
- Die Korrektur und Bewertung der Klausuren erfolgt anhand eines kriterienorientierten Erwartungshorizontes, welches den Schüler*innen zur bei Nachfrage transparent gemacht werden muss.
  Die vorgegebenen Korrekturzeichen sind einheitlich und durchgängig zu verwenden.
- Schüler*innen wird in allen Kursen Gelegenheit gegeben, mathematische Sachverhalte zusammenhängend (z. B. eine Hausaufgabe, einen fachlichen Zusammenhang, einen Überblick über Aspekte eines Inhaltsfeldes …) selbstständig vorzutragen.

Verbindliche Instrumente:

Überprüfung der schriftlichen Leistung

- **Einführungsphase:** Zwei Klausuren je Halbjahr, davon die vierte als landeseinheitlich zentral gestellte Klausur.
  Dauer der Klausuren: 2 Unterrichtsstunden. (Vgl. APO-GOSt B § 14 und VV 14.1.)
- **Grundkurse Q-Phase Q 1.1 – Q 2.1:** Zwei Klausuren je Halbjahr.
  Dauer der Klausuren: Nach dem zurzeit gültigen Beschluss der Fachkonferenz:
  - 90 Minuten in der Q 1.1,
  - 135 Minuten in der Q 1.2 und
  - 180 Minuten in der Q 2.1. (Vgl. APO-GOSt B § 14 (2) und VV 14.12)
- **Grundkurse Q-Phase Q 2.2:** Eine Klausur unter Abiturbedingungen für Schüler*innen, die Mathematik als 3. Abiturfach gewählt haben.
  Dauer der Klausur: 225 Minuten. (Vgl. APO-GOSt B § 14 (2) und VV 14.2.)

- **Leistungskurs Q-Phase Q 1.1 – Q 2.1:** Zwei Klausuren je Halbjahr.
  Dauer der Klausuren: Nach dem zurzeit gültigen Beschluss der Fachkonferenz:
  - 135 Minuten in der Q 1.1,
  - 180 Minuten in der Q 1.2 und
  - 225 Minuten in der Q 2.1. (Vgl. APO-GOSt B § 14 (2) und VV 14.2.)
- **Leistungskurs Q-Phase Q 2.2:** Die letzte Klausur vor dem Abitur soll unter Abiturbedingungen bzgl. Dauer und inhaltlicher Gestaltung gestellt werden.
  Dauer der Klausur: 270 Minuten (Vgl. APO-GOSt B § 14 (2) und VV 14.2.)
- **Facharbeit:** Alle Schüler*innen nehmen in der Q1 an einem Projektkurs teil. Zusätzlich können Schüler*innen, die eine Facharbeit im Fach Mathematik schreiben, eine Klausur in der Qualifikationsphase durch diese ersetzen. (Vgl. APO-GOSt B § 14 (3) und VV 14.3.)

Überprüfung der sonstigen Leistung

In die Bewertung der sonstigen Mitarbeit fließen folgende Aspekte ein, die den Schüler*innen zu Beginn jeden Schuljahres bekanntgegeben werden müssen:

- Beteiligung am Unterrichtsgespräch (Quantität und Kontinuität)
- Qualität der Beiträge (inhaltlich und methodisch)
- Eingehen auf Beiträge und Argumentationen von Mitschüler*innen, Unterstützung von Mitlernenden
- Umgang mit neuen Problemen, Beteiligung bei der Suche nach neuen Lösungswegen
- Selbstständigkeit im Umgang mit der Arbeit
- Umgang mit Arbeitsaufträgen (Hausaufgaben, Unterrichtsaufgaben, …)
- Anstrengungsbereitschaft und Konzentration auf die Arbeit
- Beteiligung während kooperativer Arbeitsphasen
- Darstellungsleistung, z. B. bei Referaten und beim Vortrag von Lösungswegen
- Führung des Portfolios
- Ergebnisse schriftlicher Übungen
- Erstellen von Protokollen
- Anfertigen zusätzlicher Arbeiten, z. B. eigenständige Ausarbeitungen im Rahmen binnendifferenzierender Maßnahmen, Erstellung von Computerprogrammen und die Bereitschaft dazu.

Übergeordnete Kriterien:

Die Bewertungskriterien für eine Leistung müssen den Schüler*innen transparent und klar sein. Die Fachkonferenz legt allgemeine Kriterien fest, die sowohl für die schriftlichen als auch für die sonstigen Formen der Leistungsüberprüfung gelten. Dazu gehört auch die Darstellung der Erwartungen für eine gute und für eine ausreichende Leistung

Konkretisierte Kriterien:

Kriterien für die Überprüfung der schriftlichen Leistung

Die Bewertung der schriftlichen Leistungen in Klausuren erfolgt über ein Raster mit Hilfspunkten, die im Erwartungshorizont den einzelnen Kriterien zugeordnet sind. Dabei sind in der Qualifikationsphase alle Anforderungsbereiche zu berücksichtigen, wobei der Anforderungsbereich II den Schwerpunkt bildet.

Die Zuordnung der Hilfspunktsumme zu den Notenstufen orientiert sich in der Einführungsphase an der zentralen Klausur und in der Qualifikationsphase am Zuordnungsschema des Zentralabiturs. Die Note ausreichend soll bei Erreichen von ca. 50% der Hilfspunkte erteilt werden. Vom genannten Zuordnungsschemata kann im Einzelfall begründet abgewichen werden, wenn sich z. B. besonders originelle Teillösungen nicht durch Hilfspunkte gemäß den Kriterien des Erwartungshorizontes abbilden lassen oder eine Abwertung wegen besonders schwacher Darstellung (APO-GOSt §13 (2)) angemessen erscheint.

Kriterien für die Überprüfung der sonstigen Leistungen

Im Fach Mathematik ist in besonderem Maße darauf zu achten, dass die Schüler*innen zu konstruktiven Beiträgen angeregt werden. Neben fachlich richtigen Beiträgen werden so auch Fragehaltungen, begründete Vermutungen, sichtbare Bemühungen um Verständnis und Ansatzfragmente als erste Stufe der sonstigen Leistungen mit zur Bewertung herangezogen.

Im Folgenden werden Kriterien für die Bewertung der sonstigen Leistungen jeweils für eine gute bzw. eine ausreichende Leistung dargestellt. Dabei ist bei der Bildung der Quartals- und Abschlussnote jeweils die Gesamtentwicklung der Schüler*in zu berücksichtigen, eine arithmetische Bildung aus punktuell erteilten Einzelnoten erfolgt nicht.

Grundsätze der Leistungsrückmeldung und Beratung:

Die Gesamtschule Kaarst-Büttgen hat unter Berücksichtigung von § 48 SchulG und §13 APO-GOSt festgelegt, zu welchen Zeitpunkten, in welcher Form und unter welchen Voraussetzungen Leistungsrückmeldungen und eine Beratung im Sinne individueller Lern- und Förderempfehlungen erfolgen.

Leistungs-aspekt	**gute Leistung**	**Anforderungen für eine ausreichende Leistung**
	*Die Schüler*innen*in*	
Qualität der Unterrichtsbeiträge	nennt richtige Lösungen und begründet sie nachvollziehbar im Zusammenhang der Aufgabenstellung	nennt teilweise richtige Lösungen, in der Regel jedoch ohne nachvollziehbare Begründungen
	geht selbstständig auf andere Lösungen ein, findet Argumente und Begründungen für ihre/seine eigenen Beiträge	geht selten auf andere Lösungen ein, nennt Argumente, kann sie aber nicht begründen
	kann ihre/seine Ergebnisse auf unterschiedliche Art und mit unterschiedlichen Medien darstellen	kann ihre/seine Ergebnisse nur auf eine Art darstellen
Kontinuität/ Quantität	beteiligt sich regelmäßig am Unterrichtsgespräch	nimmt eher selten am Unterrichtsgespräch teil
Selbstständigkeit	bringt sich von sich aus in den Unterricht ein	beteiligt sich gelegentlich eigenständig am Unterricht
	ist selbstständig ausdauernd bei der Sache und erledigt Aufgaben gründlich und zuverlässig	benötigt oft eine Aufforderung, um mit der Arbeit zu beginnen; arbeitet Rückstände nur teilweise auf
	strukturiert und erarbeitet neue Lerninhalte weitgehend selbstständig, stellt selbstständig Nachfragen	erarbeitet neue Lerninhalte mit umfangreicher Hilfestellung, fragt diese aber nur selten nach
	erarbeitet bereitgestellte Materialien selbstständig	erarbeitet bereitgestellte Materialen eher lückenhaft
Hausaufgaben	erledigt sorgfältig und vollständig die Hausaufgaben	erledigt die Hausaufgaben weit-gehend vollständig, aber teilweise oberflächlich
	trägt Hausaufgaben mit nachvollziehbaren Erläuterungen vor	nennt die Ergebnisse, erläutert erst auf Nachfragen und oft unvollständig
Kooperation	bringt sich ergebnisorientiert in die Gruppen-/ Partnerarbeit ein	bringt sich nur wenig in die Gruppen-/ Partnerarbeit ein
	arbeitet kooperativ und respektiert die Beiträge anderer	unterstützt die Gruppenarbeit nur wenig, stört aber nicht
Gebrauch der Fachsprache	wendet Fachbegriffe sachangemessen an und kann ihre Bedeutung erklären	versteht Fachbegriffe nicht immer, kann sie teilweise nicht sachangemessen anwenden
Werkzeuggebrauch	setzt Werkzeuge im Unterricht	benötigt häufig Hilfe beim Einsatz

	sicher bei der Bearbeitung von Aufgaben und zur Visualisierung von Ergebnissen ein	von Werkzeugen zur Bearbeitung von Aufgaben
Präsentation/ Referat	präsentiert vollständig, strukturiert und gut nachvollziehbar	präsentiert an mehreren Stellen eher oberflächlich, die Präsentation weist Verständnislücken auf
Portfolio	führt das Portfolio sorgfältig und vollständig	führt das Portfolio weitgehend sorgfältig, aber teilweise unvollständig
Schriftliche Übung	ca. 75% der erreichbaren Punkte	ca. 50% der erreichbaren Punkte

3.4 Lehr- und Lernmittel

Die Fachkonferenz erstellt eine Übersicht über die verbindlich eingeführten Lehr- und Lernmittel, ggf. mit Zuordnung zu Jahrgangsstufen (ggf. mit Hinweisen zum Elterneigenanteil).
Ergänzt wird die Übersicht durch eine Auswahl fakultativer Lehr- und Lernmittel (z. B. Fachzeitschriften, Sammlungen von Arbeitsblättern, Angebote im Internet) als Anregung zum Einsatz im Unterricht.

Beide Sammlungen sind jährlich zu aktualisieren und auf einem gesonderten Blatt bei der Fachbereichsleitung hinterlegt. Dort können sie auf Anfrage eingesehen werden.

4 Entscheidungen zu fach- und unterrichtsübergreifenden Fragen

Zusammenarbeit mit anderen Fächern

Fach- und aufgabenfeldbezogene sowie übergreifende Absprachen, z. B. zur Arbeitsteilung bei der Entwicklung übergreifender curricularer Kompetenzen (ggf. Methodentage, Projektwoche, Projektkurs, Facharbeitsvorbereitung, Schulprofil …) sind wünschenswert und
werden so oft wie möglich zu realisieren versucht.

Die Fachkonferenz Mathematik hat sich im Rahmen des Schulprogramms und in Absprache mit den betreffenden Fachkonferenzen auf folgende, zentrale Schwerpunkte geeinigt.

Der Mathematikunterricht in der Oberstufe ist in vielen Fällen auf reale oder realitätsnahe Kontexte bezogen. Insbesondere erfolgt eine Kooperation mit den naturwissenschaftlichen Fächern auf der Ebene einzelner Kontexte. An den in den vorangegangenen Kapiteln ausgewiesenen Stellen wird das Vorwissen aus diesen Kontexten aufgegriffen und durch die mathematische Betrachtungsweise neu eingeordnet. Der besonderen Rolle der Mathematik in den Naturwissenschaften soll dadurch Rechnung getragen werden, dass die Erkenntnis von Zusammenhängen mathematisiert werden kann.

Geplant ist eine Kooperation z. B. mit der Geographie und den Sozialwissenschaften, in denen deskriptive Statistik und das Argumentieren mit Hypothesen im Sinne der beurteilenden Statistik eine Rolle spielt.

Der Mehrwert des CAS-Rechners wird fächerübergreifend durch die naturwissenschaftlichen Fachschaften genutzt.

Wettbewerbe

Für die Sekundarstufe II hat die Fachgruppe eine Sammlung mit Themen und Aufgaben aus vergangenen Känguru-Wettbewerben und geeigneten Mathematik-Olympiaden.
Die Teilnahme an den Wettbewerben wird den Schüler*innen in Absprache mit der Stufenleitung ermöglicht.

Projekttage

Alle 3 Jahre werden an der Städt. Gesamtschule Kaarst-Büttgen Projekttage durchgeführt. Die Fachkonferenz Mathematik bietet in diesem Zusammenhang mindestens ein Projekt für Schüler*innen der gymnasialen Oberstufe an.

5 Qualitätssicherung und Evaluation

Das schulinterne Curriculum stellt keine starre Größe dar, sondern ist als „lebendiges Dokument“ zu betrachten. Dementsprechend sind die Inhalte stetig zu überprüfen, um ggf. Modifikationen vornehmen zu können. Die Fachkonferenz (als professionelle Lerngemeinschaft) trägt durch diesen Prozess zur Qualitätsentwicklung und damit zur Qualitätssicherung des Faches bei.

Auf der ersten Fachkonferenz eines jeden Schuljahres ist das schulinterne Curriculum Tagesordnungspunkt, um Ergänzungen, Verbesserungen oder Änderungen vorzustellen, zu beraten und zu beschließen.

Durch parallele Klausuren (vgl. 2.3) in den Grundkursen, durch Diskussion der Aufgabenstellung von Klausuren in Fachdienstbesprechungen und eine regelmäßige Erörterung der Ergebnisse von Leistungsüberprüfungen wird ein hohes Maß an fachlicher Qualitätssicherung erreicht.

Jeweils vor Beginn eines neuen Schuljahres, d. h. erstmalig nach Ende der Einführungsphase im Sommer 2020 werden in einer Sitzung der Fachkonferenz für die nachfolgenden Jahrgänge zwingend erforderlich erscheinende Veränderungen diskutiert und ggf. beschlossen, um erkannten ungünstigen Entscheidungen schnellstmöglich entgegenwirken zu können.

Nach Abschluss des Abiturs 2022 wird eine Arbeitsgruppe aus den zu diesem Zeitpunkt in der gymnasialen Oberstufe unterrichtenden Lehrkräften auf der Grundlage ihrer Unterrichtserfahrungen eine Gesamtsichtung des schulinternen Curriculums vornehmen und eine Beschlussvorlage für die erste Fachkonferenz des folgenden Schuljahres erstellen.

6 Inkrafttreten

Dieses schulinterne Curriculum der Städt. Gesamtschule Kaarst-Büttgen zum Kernlehrplan für die Gymnasiale Oberstufe tritt ab dem Schuljahr 2022/2023 beginnend für die 11. Jahrgangsstufe (Einführungsphase - EF) in Kraft.